

## Системное бек-тестирование торговых стратегий для цифровых производных финансовых инструментов

Патласов Дмитрий Александрович, аспирант кафедры информационных систем и математических методов в экономике, Пермский Государственный Национальный Исследовательский Университет, Россия, 614068, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15, dmitriypatlasov@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4349-2047, Scopus ID: 57314817300, SPIN-код: 8364-8292, AuthorID: 1111799.

*Аннотация.* В данной работе рассматривается задача многошагового прогнозирования реализованной волатильности и системного бэк-тестирования торговых стратегий для опционов на торгуемые биржевые фонды (ETF). Цель исследования – построение моделей глубокого обучения для многопериодного прогнозирования волатильности активов, таких как SPY и QQQ и проверка эффективности прогнозов в рамках бэк-тестирования опционных стратегий. Для прогнозирования было использовано несколько архитектур нейронных сетей: LSTM, GRU, BiLSTM, BiGRU, FNN и NBEATSx, а также базовая модель HAR-RV для сравнения. Для улучшения точности на высоких значениях волатильности была модифицирована функция потерь, введен квантильный лог-гиперболический косинус. Точность модели оценивалась на основе MSE, MAE, MAPE и скорректированного  $R^2$ , что показало превосходство рекуррентных архитектур. С целью апробации в условиях различных рыночных сценариев полученные прогнозы реализованной волатильности были использованы в бек-тестирования двух опционных стратегий: стрэддл и  $v$ -скальпинг.

Ключевые слова: прогнозирование волатильности, нейронные сети, бек-тестинг торговых стратегий, деривативы.

### 1 Введение

В условиях высокой неопределенности на финансовых рынках прогнозирование реализованной волатильности становится ключевым аспектом для инвесторов и трейдеров. Задача состоит в том, чтобы построить прогноз будущей реализованной волатильности (realized volatility,  $RV$ ) на основе исторических данных, что позволяет более эффективно управлять рисками и принимать обоснованные инвестиционные решения.

В рамках исследования представлены модели, которые единообразно способны производить прогноз временного ряда на несколько периодов вперед. Подобное моделирование именуется многошаговым прогнозированием. В данном случае модели обучаются прогнозировать  $RV$  финансового инструмента на  $k$  дней вперед ( $k \in 5, 10, 15, 20$ ). Для этих целей были выбраны следующие архитектуры нейронных сетей:

- LSTM;
- GRU;
- BiLSTM;
- BiGRU;
- FNN;
- NBEATSx.

Эффективность моделей глубокого обучения будет подтверждаться при превосходстве по точности на тестовой выборке следующей базовой бенчмарк модели для прогнозирования реализованной волатильности – HAR-RV (для каждого  $k$ ):

$$RV_{t+k} = \alpha + \beta^d RV_t^d + \beta^w RV_t^w + \beta^m RV_t^m + \epsilon_{t+k}, \quad (1)$$

где  $RV_{t+k}$  – целевая переменная, реализованная волатильность на  $k$  дней вперед от дня  $t$ ;  $RV_t^d, RV_t^w, RV_t^m$  – реализованная волатильности день, неделю и месяц назад от дня  $t$ ;  $\alpha, \beta^d, \beta^w, \beta^m$  – оценки параметров модели;  $\epsilon_{t+k}$  – остатки модели.

В HAR-модели дневная реализованная волатильность является функцией запаздывающей дневной, недельной и месячной реализованной волатильности.

Согласно гипотезе неоднородного рынка [Dasogogna (1997)], волатильность доходности активов зависит от различных торговых поведений и торговых ожиданий на разных инвестиционных горизонтах, что может раскрыть динамические изменения на рынке. В связи с этим [Corsi (2009)] предлагает модель HAR, которая предполагает наличие трех основных торговых горизонтов, основанных на дневных, недельных и месячных периодах, которые соответствуют краткосрочному, среднесрочному и долгосрочному инвестиционному поведению. Таким образом, каждое торговое поведение влияет на волатильность и может захватывать характеристику долгой памяти волатильности. Модель HAR имеет простую авторегрессионную структуру  $RV$  с экономическим смыслом. [Corsi (2008)] сравнивает модель HAR с другими моделями долгой памяти, такими как модель ARFIMA, и считает, что фракционно-интегрированные модели не могут полностью отражать рыночную информацию и модель HAR может быть более подходящей для характеристики долгой памяти  $RV$ .

## 2 Методология многошагового прогнозирования реализованной волатильности

В оцениваемых архитектурах нейронных сетей вводится модификация функции потерь с дополнительным штрафом при обучении на высоких квантилях реализованной волатильности. Модификацию будем называть квантильный лог-гиперболический косинус (quantile log-cosh). Расширение заключается в добавлении штрафа  $\lambda$  при расчете ошибок на данных больших значений, а именно выше  $\eta$ -го квантиля. Тогда новая функция примет вид:

$$\mathcal{L}(RV, \widehat{RV}) = \sum_{i=1}^n \ln \left[ \cosh(RV_i - \widehat{RV}_i) \cdot \left( 1 + 1_{\{RV_i > q_\eta\}} \cdot \lambda \cdot (RV_i - q_\eta) \right) \right], \quad (2)$$

где  $\mathcal{L}(RV, \widehat{RV})$  – функция потерь (квантильный лог-гиперболический косинус);  $q_\eta$  – значение  $\eta$ -го квантиля от истинных значений зависимой переменной;  $1_{\{RV_i > q_\eta\}}$  – индикаторная функция, которая принимает значение 1, когда  $RV_i$  больше  $q_\eta$  и 0 в ином случае;  $\lambda$  – множитель штрафа к функции потерь выше  $\eta$ -го квантиля.

Подбор гиперпараметров нейронных сетей в настоящем исследовании реализуется при помощи валидации. Временные ряды были предварительно поделены на обучающую, валидационную и тестовую выборки по следующим временным диапазонам:

- обучающая выборка: 01.01.2010-31.12.2018 для SPY и 01.01.2012-31.12.2018 для QQQ;

- валидационная выборка: 01.01.2019-31.06.2020 для SPY и 01.01.2019-31.06.2020 для QQQ;

- тестовая выборка: 01.07.2020-31.12.2023 для SPY и 01.07.2020-31.12.2023 для QQQ;

Механизм валидации предполагает, что будет выбрана та комбинация гиперпараметров, где достигается наименьшее значение ошибки на валидационной выборке после обучения. Отслеживать ошибку на валидационной выборке будем по метрике MSE.

В табл. 1 отобразим перечень используемых комбинаций гиперпараметров в нейронных сетях.

Таблица 1. Перечень значений гиперпараметров, использованных для подбора кросс-валидации

Гиперпараметр	LSTM, GRU, BiLSTM, BiGRU	FNN	NBEATSx
Предобработка	MinMaxScaler; StandardScaler; Yeo-Johnson transformation		
Количество слоев	2; 3; 4		-
Кол-во нейронов	16; 32; 64; 128; 256	16; 32; 64; 128; 256; 512	
Дропаут	0,0; 0,1; 0,2; 0,3		-
Рекуррентный дропаут	0,0; 0,1; 0,2; 0,3	-	
Размер батча	32; 64; 128; 256		

Функция активации	Tanh, Soft sign; Sigmoid	ReLU; Leaky ReLU; Linear; Tanh; SeLU
Скорость обучения	0,001; 0,0003; 0,0001	
$\lambda$ (гиперпараметр лосс-функции квантильный лог-гиперболический косинус)	2, 3, 5, 10	
Количество блоков	-	2; 3; 4

В представленном перечне гиперпараметров не указано количество эпох обучения нейронных сетей. Одна эпоха обозначает, что нейронная сеть прошла по всей обучающей выборке, либо слева направо, либо справа налево, либо в обе стороны в случае Bidirectional архитектур. В данной работе не будет ограничения по количеству эпох, а будет реализован механизм ранней остановки. Механизм ранней остановки прекращает обучение, когда отслеживаемая ошибка на валидационной выборке растет  $n$  раз подряд. Установим  $n$  равное 5. Следует отметить, что поиск по сетке для подбора комбинации гиперпараметров был реализован с параллельных алгоритмом для распределения обучения моделей на различных ядрах GPU.

После проведения процедуры валидации были отобраны наилучшие комбинации гиперпараметров нейронных сетей для инструментов SPY и QQQ. Данные комбинации обеспечивают наименьшее значение MSE на валидационной выборке. Определим отобранные комбинации (табл. 2-3):

Таблица 2. Используемые гиперпараметры в нейронных сетях для прогнозирования реализованной волатильности SPY

Гиперпараметр	LSTM, GRU, BiLSTM, BiGRU	GRU	BiLSTM	BiGRU	FNN	NBEATSx
Предобработка	MinMaxScaler					
Количество слоев	2				2; 3; 4	-
Кол-во нейронов	64	32			16	128
Дропаут	0,0					-
Рекуррентный дропаут	0,0	0,0	0,1	0,2	-	
Размер батча	64					
Функция активации	Tanh				ReLU	
Скорость обучения	0,0003				0,001	
$\lambda$ (гиперпараметр лосс-функции квантильный лог-гиперболический косинус)	5					
$\eta$ (гиперпараметр лосс-функции квантильный лог-гиперболический косинус)	75					
Количество блоков	-					2
Оптимизатор	Adam					

Таблица 3. Используемые гиперпараметры в нейронных сетях для прогнозирования реализованной волатильности QQQ

Гиперпараметр	LSTM, GRU, BiLSTM, BiGRU	GRU	BiLSTM	BiGRU	FNN	NBEATSx
Предобработка	MinMaxScaler					
Количество слоев	2				2; 3; 4	-
Кол-во нейронов	32					128
Дропаут	0,0					-
Рекуррентный дропаут	0,1	0,0			-	
Размер батча	64					
Функция активации	Tanh				Linear	
Скорость обучения	0,0003				0,001	

$\lambda$ (гиперпараметр лосс-функции квантильный лог-гиперболический косинус)	10	
$\eta$ (гиперпараметр лосс-функции квантильный лог-гиперболический косинус)	75	
Количество блоков	-	4
Оптимизатор	Adam	

### 3 Качество и точность прогнозных моделей

Далее перейдем к результатам обучения описанных моделей на преобработанных временных рядах (табл. 4).

Таблица 4. Метрики качества моделей прогнозирования реализованной волатильности SPY

Модель	MSE $\times 10^5$	MAE $\times 10^2$	$R^2$ Adj,	MAPE
Целевая переменная – $RV_{t+5}$				
LSTM	<b>0,20</b>	<b>0,09</b>	<b>0,88</b>	<b>0,09</b>
GRU	<b>0,20</b>	0,12	0,86	0,12
BiLSTM	<b>0,20</b>	0,12	0,85	0,13
BiGRU	0,50	0,17	0,68	0,19
FNN	0,90	0,25	0,40	0,28
NBEATSx	0,90	0,24	0,37	0,25
HAR-RV	<b>0,20</b>	0,10	0,87	0,11
Целевая переменная – $RV_{t+10}$				
LSTM	<b>0,30</b>	<b>0,14</b>	<b>0,78</b>	<b>0,14</b>
GRU	0,40	<b>0,14</b>	0,77	0,15
BiLSTM	0,30	<b>0,14</b>	0,77	0,15
BiGRU	0,50	0,19	0,64	0,21
FNN	1,80	0,35	-0,23	0,44
NBEATSx	1,00	0,24	0,36	0,28
HAR-RV	0,40	0,16	0,72	0,16
Целевая переменная – $RV_{t+15}$				
LSTM	<b>0,50</b>	<b>0,17</b>	<b>0,66</b>	0,18
GRU	<b>0,50</b>	<b>0,17</b>	<b>0,66</b>	0,18
BiLSTM	0,60	0,18	0,62	<b>0,17</b>
BiGRU	0,60	0,19	0,60	0,20
FNN	1,10	0,26	0,28	0,28
NBEATSx	1,10	0,29	0,27	0,35
HAR-RV	0,60	0,20	0,57	0,20
Целевая переменная – $RV_{t+20}$				
LSTM	<b>0,80</b>	<b>0,21</b>	0,50	<b>0,20</b>
GRU	<b>0,80</b>	<b>0,21</b>	0,48	0,22
BiLSTM	<b>0,80</b>	<b>0,21</b>	<b>0,51</b>	0,22
BiGRU	1,10	0,24	0,28	0,23
FNN	1,30	0,29	0,14	0,32
NBEATSx	3,40	0,50	-1,19	0,62
HAR-RV	0,90	0,23	0,41	0,23

Результаты, представленные в таблице 4., показывают метрики качества прогнозирования реализованной волатильности для различных моделей на горизонтах  $t + 5, t + 10, t + 15$  и  $t + 20$ . Анализ показывает, что модели на основе рекуррентных нейронных сетей (LSTM, GRU, BiLSTM и BiGRU) стабильно демонстрируют более высокую точность прогнозов, чем модели на основе полносвязных нейронных сетей FNN и NBEATSx, особенно на коротких горизонтах.

Для горизонта  $t + 5$ , модели LSTM, GRU имеют схожие результаты, показывая лучшие значения по метрикам MSE, RMSE, MAE и  $R^2$ . Это подтверждает, что данные модели лучше улавливают динамику реализованной волатильности на коротких горизонтах.

На горизонтах  $t + 10, t + 15$  и  $t + 20$  качество прогнозов начинает снижаться. Метрики MSE и RMSE ухудшаются для всех моделей, что ожидаемо для более дальних прогнозов. Однако, модели LSTM и GRU продолжают демонстрировать стабильные результаты, особенно в сравнении с моделями FNN и NBEATSx.

Модели BiLSTM и BiGRU, которые используют двунаправленные архитектуры, показывают результаты, схожие с LSTM и GRU на коротких горизонтах, но начинают терять точность на более длинных.

Представим аналогичный расчет метрик качества в табл. 5.

Таблица 5. Метрики качества моделей прогнозирования реализованной волатильности QQQ

Модель	MSE $\times 10^5$	MAE $\times 10^2$	$R^2$ Adj,	MAPE
Целевая переменная – $RV_{t+5}$				
LSTM	<b>0,30</b>	<b>0,13</b>	0,88	<b>0,09</b>
GRU	<b>0,30</b>	<b>0,13</b>	0,88	0,10
BiLSTM	<b>0,30</b>	<b>0,13</b>	<b>0,89</b>	<b>0,09</b>
BiGRU	0,50	0,18	0,78	0,13
FNN	0,70	0,20	0,73	0,16
NBEATSx	0,80	0,21	0,69	0,15
HAR-RV	<b>0,30</b>	<b>0,13</b>	0,88	<b>0,09</b>
Целевая переменная – $RV_{t+10}$				
LSTM	<b>0,60</b>	<b>0,18</b>	0,77	<b>0,13</b>
GRU	0,70	0,20	0,71	0,14
BiLSTM	<b>0,60</b>	<b>0,18</b>	<b>0,78</b>	<b>0,13</b>
BiGRU	0,80	0,22	0,71	0,18
FNN	1,10	0,25	0,58	0,20
NBEATSx	2,0	0,35	0,22	0,25
HAR-RV	0,70	0,20	0,71	0,14
Целевая переменная – $RV_{t+15}$				
LSTM	0,90	<b>0,23</b>	0,65	<b>0,17</b>
GRU	1,30	0,27	0,51	0,18
BiLSTM	1,00	<b>0,23</b>	0,64	0,16
BiGRU	1,20	0,28	0,54	0,22
FNN	1,90	0,34	0,28	0,26
NBEATSx	2,10	0,37	0,21	0,31
HAR-RV	1,30	0,26	0,52	0,18
Целевая переменная – $RV_{t+20}$				
LSTM	1,40	0,29	0,46	<b>0,20</b>
GRU	1,80	0,31	0,33	0,21
BiLSTM	1,50	0,30	0,42	0,21
BiGRU	1,50	0,31	0,44	0,23
FNN	2,00	0,35	0,24	0,26
NBEATSx	2,10	0,36	0,20	0,24
HAR-RV	2,00	0,33	0,26	0,22

Для целевой переменной  $RV_{t+5}$ , модели LSTM, GRU показывают наименьшие значения MSE (0,30) и RMSE (0,17). Эти модели демонстрируют сильную производительность, что подтверждает их способность к точному предсказанию краткосрочной волатильности.

В значениях MAE, которые характеризуют среднюю абсолютную ошибку, можно заметить, что модели LSTM и GRU обеспечивают низкие значения (например, 0,13  $RV_{t+5}$ ), что свидетельствует о надежности их прогнозов.

$R^2$  Adj. демонстрирует, насколько хорошо модель объясняет дисперсию данных. Модели LSTM и BiLSTM показывают наилучшие результаты для  $RV_{t+5}$  с  $R^2$  Adj. равным 0,89, указывая на высокую степень объясненности, в то время как базовая модель HAR-RV имеет значительно более низкий показатель при больших горизонтах прогнозирования.

Модель LSTM для  $RV_{t+5}$  показывает MAPE равный 0,09, что указывает на высокую точность прогноза. Важно отметить, что с увеличением горизонта прогнозирования значение MAPE немного увеличивается, особенно для HAR-RV, что указывает на снижение точности.

В целом можно резюмировать, что по всем рассмотренным метрикам на тестовой выборке в среднем наивысшую точность прогнозирования показывает модель LSTM, превосходя бенчмарк-модель HAR-RV. Далее на рис. 1-2 представим графики прогнозов LSTM модели реализованной волатильности SPY и QQQ для  $k = 5$  с доверительными интервалами:

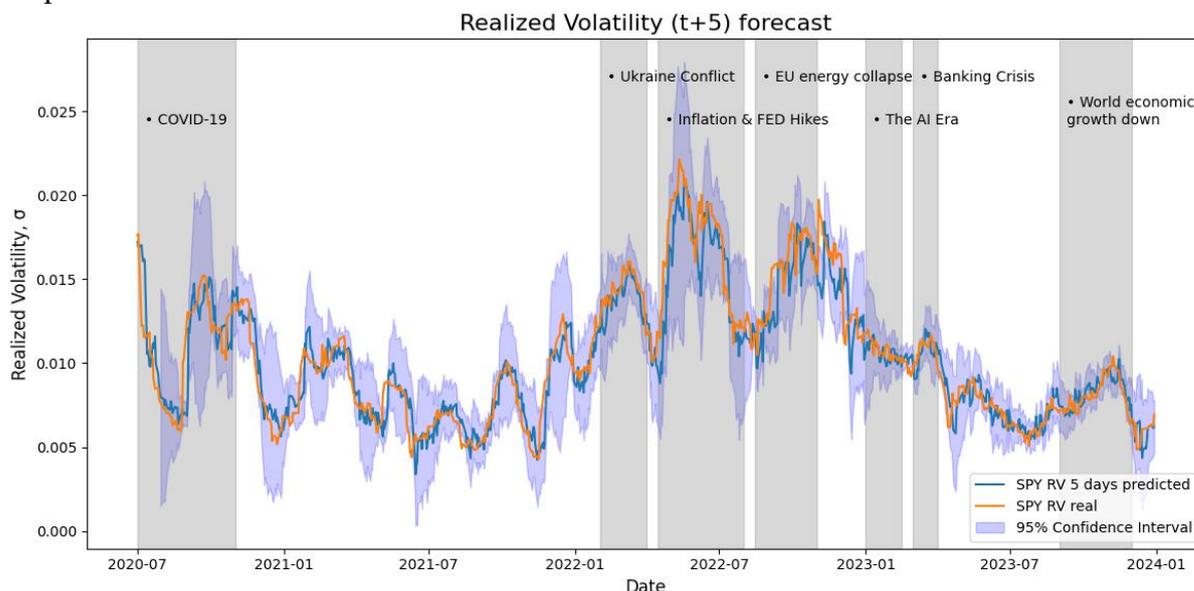


Рис. 1. Предсказанная и фактическая реализованная волатильность  $RV_{t+5}$  для SPY на тестовой выборке

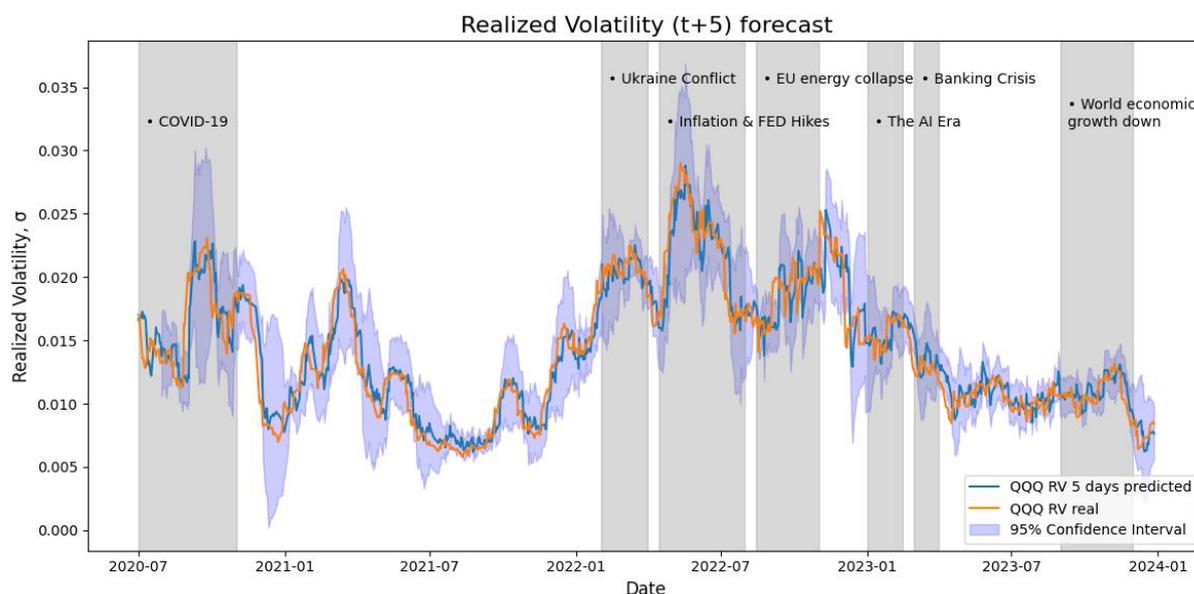


Рис. 2. Предсказанная и фактическая реализованная волатильность  $RV_{t+5}$  для QQQ на тестовой выборке

## 4 Бек-тестирование торговых стратегий

### 4.1 Стратегия стрэддл (straddle)

Первой стратегией является стрэддл опционов. Стратегия стрэддл является одной из популярных опционных стратегий, которая направлена на получение прибыли от

значительного изменения цены базового актива, вне зависимости от направления этого изменения. Данная стратегия включает в себя одновременную покупку колл-опциона и пут-опциона с одинаковыми страйками и сроками истечения.

Основные компоненты стратегии стрэддл:

- колл-опцион ( $C$ ): право купить базовый актив по страйку ( $K$ );
- пут-опцион ( $P$ ): право продать базовый актив по страйку ( $K$ );
- цена базового актива ( $S_T$ ): цена актива в момент исполнения опционов;
- волатильность ( $\sigma$ ): ожидаемая изменчивость цены базового актива;
- время до истечения ( $T$ ): период времени, оставшийся до момента исполнения опционов, выраженный в годах.

Стоимость стрэддла ( $C + P$ ) равна сумме цен колл-опциона и пут-опциона. Тогда стоимость стрэддла в терминах стоимости Блека-Шоулза выражается как:

$$C + P = SN(d_1) + Ke^{-rT}N(-d_2). \quad (3)$$

На момент истечения опционов прибыль ( $\pi$ ) от стратегии стрэддл равна:

$$\pi = \max(S_T - K, 0) + \max(K - S_T, 0) - (C + P). \quad (4)$$

Далее опишем процедуру реализации стратегии стрэддл:

1. Сначала исключаем из тестирования следующие колл- и пут-опционы:  $T > 25$  (дн.); объем торгов по  $C$  и  $P < 100$ .

2. Для поиска сигналов на открытие стрэддлов будем искать случаи, когда предсказанное значение реализованной волатильности ( $RV_{t+k}^{Pred}$ ) ниже текущей  $RV_t$  через  $k$  дней на  $\Delta\%$ , где ( $k = 5, 10, 15, 20$ ;  $\Delta = 5, 10, 15\%$ ):

$$\text{Сигнал} \Leftrightarrow RV_{t+k}^{Pred} \leq (1 - \Delta) \cdot RV_t. \quad (5)$$

Эмпирически было выявлено, что стратегия стрэддл является более эффективной, когда  $RV_{t+k}^{Pred}$  ниже текущего уровня реализованной волатильности для SPY и QQQ.

3. После отбора сигналов выбираем пару колл- и пут-опционов с наименьшей абсолютной разницей между  $K$  и  $S_0$ . Для SPY и QQQ используются опционы с датой экспирации  $\pm 3$  дня от  $k$ .

4. Рассчитаем стоимость стрэддла и его значение на момент экспирации по ур. (4).

5. Рассчитаем количество сделок, долю положительных сделок (winrate) и доходность сигнала ( $r_i$ ):

$$r_i = \left( \frac{\pi_i}{C_i + P_i} \right) - 1. \quad (6)$$

6. Вычисление портфельных метрик исходя из средней доходности сигнала ( $\mu$ ) и стандартного отклонения сигнала ( $\sigma$ ):

- Коэффициент Шарпа (SR):

$$SR = \frac{\mu}{\sigma} * \sqrt{\frac{252}{k}}. \quad (7)$$

- Асимметрия и эксцесс доходностей сигналов, которые определяются по известным формулам.

После проведения всех расчетов получаем таблицы с различными наборами производительности сигналов стратегии стрэддл для различных  $k$  и  $\Delta$  для инструментов SPY и QQQ (табл. 6-7):

Таблица 6. Результаты тестирования стратегии стрэддл для SPY на падении  $RV_{t,k}$  (с 01.07.2020 по 31.12.2023)

$\Delta RV_{t,k}$	Всего сделок	Winrate	$\mu$	$\sigma$	SR	Асимметрия	Эксцесс
$k = 5$							
-5%	283	0,42	-0,02	0,76	-0,21	0,90	0,34
-10%	97	0,54	0,18	0,86	1,52	0,62	-0,34
-15%	17	0,59	0,39	0,76	3,64	0,52	-0,73
$k = 10$							
-5%	237	0,42	-0,02	0,73	-0,16	0,83	0,53

-10%	132	0,45	0,03	0,72	0,18	0,86	0,94
-15%	49	0,35	-0,01	0,90	-0,05	1,22	0,96
<i>k</i> = 15							
-5%	329	0,43	-0,01	0,72	-0,04	0,95	0,65
-10%	216	0,45	0,00	0,69	0,03	0,68	-0,22
-15%	131	0,48	0,04	0,70	0,21	0,69	-0,08
<i>k</i> = 20							
-5%	368	0,45	0,05	0,72	0,23	0,99	1,36
-10%	257	0,45	0,04	0,74	0,21	1,06	1,66
-15%	168	0,45	0,06	0,76	0,26	1,19	2,27

Таблица 7. Результаты тестирования стратегии стрэддл для QQQ на падении  $RV_{t,k}$  (с 01.07.2020 по 31.12.2023)

$\Delta RV_{t,k}$	Всего сделок	Winrate	$\mu$	$\sigma$	SR	Асимметрия	Экссесс
<i>k</i> = 5							
-5%	124	0,53	0,14	0,76	1,28	1,08	2,48
-10%	26	0,58	0,22	1,03	1,55	1,40	2,84
-15%	3	0,33	-0,06	0,62	-0,64	0,63	–
<i>k</i> = 10							
-5%	262	0,44	0,01	0,69	0,04	0,73	-0,15
-10%	93	0,46	0,09	0,74	0,59	0,63	-0,32
-15%	19	0,58	0,29	0,95	1,56	0,28	-0,81
<i>k</i> = 15							
-5%	339	0,43	0,04	0,72	0,23	0,89	0,91
-10%	186	0,45	0,07	0,76	0,37	0,93	1,33
-15%	70	0,46	0,19	0,82	0,94	1,31	2,85
<i>k</i> = 20							
-5%	431	0,44	-0,00	0,69	-0,02	1,03	1,83
-10%	307	0,43	-0,02	0,72	-0,12	1,18	2,32
-15%	187	0,42	-0,07	0,69	-0,38	1,41	3,76

#### 4.2 Стратегия $v$ (вега)-скальпинг

Второй тестируемой стратегией является  $v$ -скальпинг. Стратегия  $v$ -скальпинг направлена на извлечение прибыли из изменений волатильности, путем торговли опционами с высокой чувствительностью к изменениям волатильности.  $v$  характеризует, насколько цена опциона изменяется при изменении подразумеваемой волатильности базового актива.

$v$  – это частная производная цены опциона  $C$  по волатильности  $\sigma$ :

$$v = \left( \frac{\partial C}{\partial \sigma} \right). \quad (8)$$

Произведем вычисление частной производной:

$$\frac{\partial C}{\partial \sigma} = S \cdot \left( \frac{\partial \mathcal{N}(d_1)}{\partial \sigma} \right) - K \cdot e^{-rT} \cdot \left( \frac{\partial \mathcal{N}(d_2)}{\partial \sigma} \right). \quad (9)$$

Используя свойства нормального распределения можно показать:

$$\frac{\partial \mathcal{N}(d_1)}{\partial \sigma} = \mathcal{N}'(d_1) \cdot \left( \frac{\partial d_1}{\partial \sigma} \right); \quad \frac{\partial \mathcal{N}(d_2)}{\partial \sigma} = \mathcal{N}'(d_2) \cdot \left( \frac{\partial d_2}{\partial \sigma} \right). \quad (10)$$

Теперь найдем  $\frac{\partial d_1}{\partial \sigma}$ :

$$\frac{\partial d_1}{\partial \sigma} = \frac{\left( T\sigma\sqrt{T} - \left( \ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T \right) \cdot \frac{\partial \sigma\sqrt{T}}{\partial \sigma} \right)}{(\sigma\sqrt{T})^2}. \quad (11)$$

После упрощения  $v$  принимает вид:

$$v = S\sqrt{T} \cdot \mathcal{N}'(d_1), \quad (12)$$

где  $\mathcal{N}'(d_1)$  - плотность нормального распределения:

$$\mathcal{N}'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{d_1^2}{2}}. \quad (13)$$

Тогда, заключим, что  $\nu$  измеряет чувствительность цены опциона к изменению волатильности базового актива.

Дизайн стратегии  $\nu$ -скальпинг: если прогнозируемая волатильность ниже текущего уровня, то предполагается, что рынок завысил текущие значения премий опционов. Основной упор делается на колл-опционы с высокой  $\nu$ , так как они наиболее чувствительны к изменениям волатильности.

Отбор сигналов и оценка эффективности стратегии аналогична стратегии стрэддл за некоторыми исключениями:

- используются только колл-опционы;
- колл-опционы отбираются по максимальному значению  $\nu$ , а не близости  $K$  и  $S_0$ ;
- прибыль стратегии описывается следующим равенством:

$$\pi = \max(S_T - K, 0) - (C). \quad (14)$$

Тогда в стратегии предполагается покупка колл-опционов на SPY и QQQ при прогнозировании снижения  $RV_t$  с максимальной  $\nu$ . Отообразим результативность стратегий для SPY и QQQ (табл. 8-9):

Таблица 8. Результаты тестирования стратегии  $\nu$ -скальпинг для SPY на падении  $RV_{t,k}$  (с 01.07.2020 по 31.12.2023)

$\Delta RV_{t,k}$	Всего сделок	Winrate	$\mu$	$\sigma$	SR	Асимметрия	Экссесс
$k = 5$							
-5%	282	0,47	0,21	1,31	1,15	0,83	-0,44
-10%	95	0,41	0,08	1,37	0,39	1,15	0,21
-15%	17	0,35	-0,09	1,24	-0,51	1,33	1,16
$k = 10$							
-5%	0,95	234	0,48	0,23	1,32	-1,0	0,86
-10%	0,90	130	0,48	0,25	1,35	-1,0	0,80
-15%	0,85	47	0,32	-0,15	1,11	-1,0	1,20
$k = 15$							
-5%	326	0,48	0,21	1,29	0,66	0,91	-0,16
-10%	213	0,52	0,36	1,39	1,07	0,74	-0,62
-15%	129	0,44	0,19	1,39	0,56	0,96	-0,33
$k = 20$							
-5%	380	0,48	0,18	1,31	0,50	0,88	-0,27
-10%	268	0,47	0,17	1,30	0,47	0,92	-0,18
-15%	178	0,48	0,19	1,32	0,52	0,95	-0,06

Таблица 9. Результаты тестирования стратегии  $\nu$ -скальпинг для QQQ на падении  $RV_{t,k}$  (с 01.07.2020 по 31.12.2023)

$\Delta RV_{t,k}$	Всего сделок	Winrate	$\mu$	$\sigma$	SR	Асимметрия	Экссесс
$k = 5$							
-5%	127	0,55	0,37	1,36	1,91	0,70	-0,41
-10%	27	0,37	-0,19	1,05	-1,29	1,09	0,32
-15%	3	0,33	-0,43	0,98	-3,11	1,73	-
$k = 10$							
-5%	259	0,43	0,12	1,33	0,46	1,11	0,60
-10%	91	0,49	0,22	1,39	0,80	1,08	0,87
-15%	19	0,42	0,17	1,56	0,55	1,33	1,05
$k = 15$							
-5%	344	0,43	0,21	1,42	0,60	1,04	0,13
-10%	189	0,41	0,12	1,37	0,37	1,06	0,17
-15%	72	0,47	0,21	1,39	0,61	0,97	-0,16
$k = 20$							
-5%	490	0,39	0,08	1,34	0,20	1,07	0,08
-10%	354	0,36	-0,00	1,30	-0,01	1,17	0,29
-15%	220	0,36	0,00	1,28	0,01	1,07	-0,09

## 5 Заключение

Результаты тестирования стратегии стрэддл продемонстрировали наличие отдельных конфигураций, характеризующихся  $SR$ , превышающим 1. Для инструмента SPY наблюдались конфигурации, в которых  $SR$  превышал 1, в частности, при  $\Delta = -15\%$  и временном горизонте  $k = 5$  дней ( $SR$  равен 3,64). Однако, у данной стратегии с начала тестирования всего 17 сделок, что недостаточно по требованию полноты выборки сигналов. В случае  $\Delta = -10\%$  и временном горизонте  $k = 5$  дней, коэф. Шарпа равен 1,52 при 97 сделках. Для инструмента QQQ также обнаружены конфигурации с  $SR$  выше 1. Наиболее заметным является случай с  $\Delta = -5\%$  и  $k = 5$  дней, где  $SR$  достигло 1,28. В этом случае стратегия стрэддл также смогла показать благоприятное соотношение доходности и риска на коротком горизонте. Таким образом, результаты показывают, что для обоих инструментов стратегия стрэддл может быть успешной, если выбирать сигналы при прогнозировании резкого снижения реализованной волатильности на краткосрочных и среднесрочных горизонтах.

В исследовании стратегий  $\nu$ -скальпинга на основе волатильности для активов SPY и QQQ выявлены несколько успешных подходов с  $SR$  выше 1, которые можно считать стабильными и прибыльными при достаточном количестве сделок. Для актива SPY результаты показали, что стратегия с падением прогнозируемой волатильности на 5% при сроке удержания опциона  $k = 5$  дней оказалась успешной. Она продемонстрировала коэффициент Шарпа 1,15, что свидетельствует о хорошей пропорции между ожидаемой доходностью и риском. Данная стратегия характеризуется положительной асимметрией, что указывает на возможность получения значительных положительных доходностей. Похожий успех наблюдается и для  $k = 10$  дней при том же уровне падения волатильности: коэффициент Шарпа 1,32. Также интересный результат показала стратегия с  $k = 15$  дней и падением волатильности на 10% - коэффициент Шарпа 1,07 при хорошем уровне winrate демонстрирует устойчивую доходность. Что касается QQQ, то наиболее успешной оказалась стратегия с падением прогнозируемой волатильности на 5% и  $k = 5$  дней. Здесь коэффициент Шарпа достиг 1,91, что является наивысшим значением среди всех протестированных стратегий. Этот результат сочетается с высоким уровнем winrate и положительной асимметрией, подчеркивая устойчивость стратегии и её потенциал для получения значительных доходностей.

### Список источников

1. Dacorogna M. M. et al. Modelling short-term volatility with GARCH and HARCH models // Available at SSRN 36960. – 1997.
2. Corsi F. A simple approximate long-memory model of realized volatility // Journal of Financial Econometrics. – 2009. – Т. 7. – №. 2. – С. 174-196.
3. Corsi F. et al. The volatility of realized volatility // Econometric Reviews. – 2008. – Т. 27. – №. 1-3. – С. 46-78.

## System back-testing of trading strategies for digital derivatives

Patlasov Dmitry Alexandrovich, Postgraduate student of the Department of Information Systems and Mathematical Methods in Economics, Perm State National Research University, Russia, 614068, Perm, Bukireva str., 15, dmitriypatlasov@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4349-2047, Scopus ID: 57314817300, SPIN code: 8364-8292, AuthorID: 1111799.

*Annotation. This paper considers the problem of forecasting realized volatility and systematic back-testing of trading strategies for options on traded exchange-traded funds (ETFs). The purpose of the study is to build deep learning models for multi-period forecasting of asset*

*volatility, such as SPY and QQQ, and to verify their effectiveness as part of back-testing of option strategies. Several neural network architectures were used: LSTM, GRU, BiLSTM, BiGRU, FNN and NBEATSx, as well as the basic HAR-RV model for comparison. To improve accuracy at high volatility values, the loss function was modified and a quantile log-hyperbolic cosine was introduced. The models were evaluated based on MSE, MAE, MAPE and adjusted R<sup>2</sup>, which showed the superiority of recurrent architectures. To increase efficiency in various market scenarios, the forecasts of realized volatility were used in back-testing two option strategies: straddle and v-scalping.*

Keywords: volatility forecasting, neural networks, back-testing of trading strategies, derivatives.