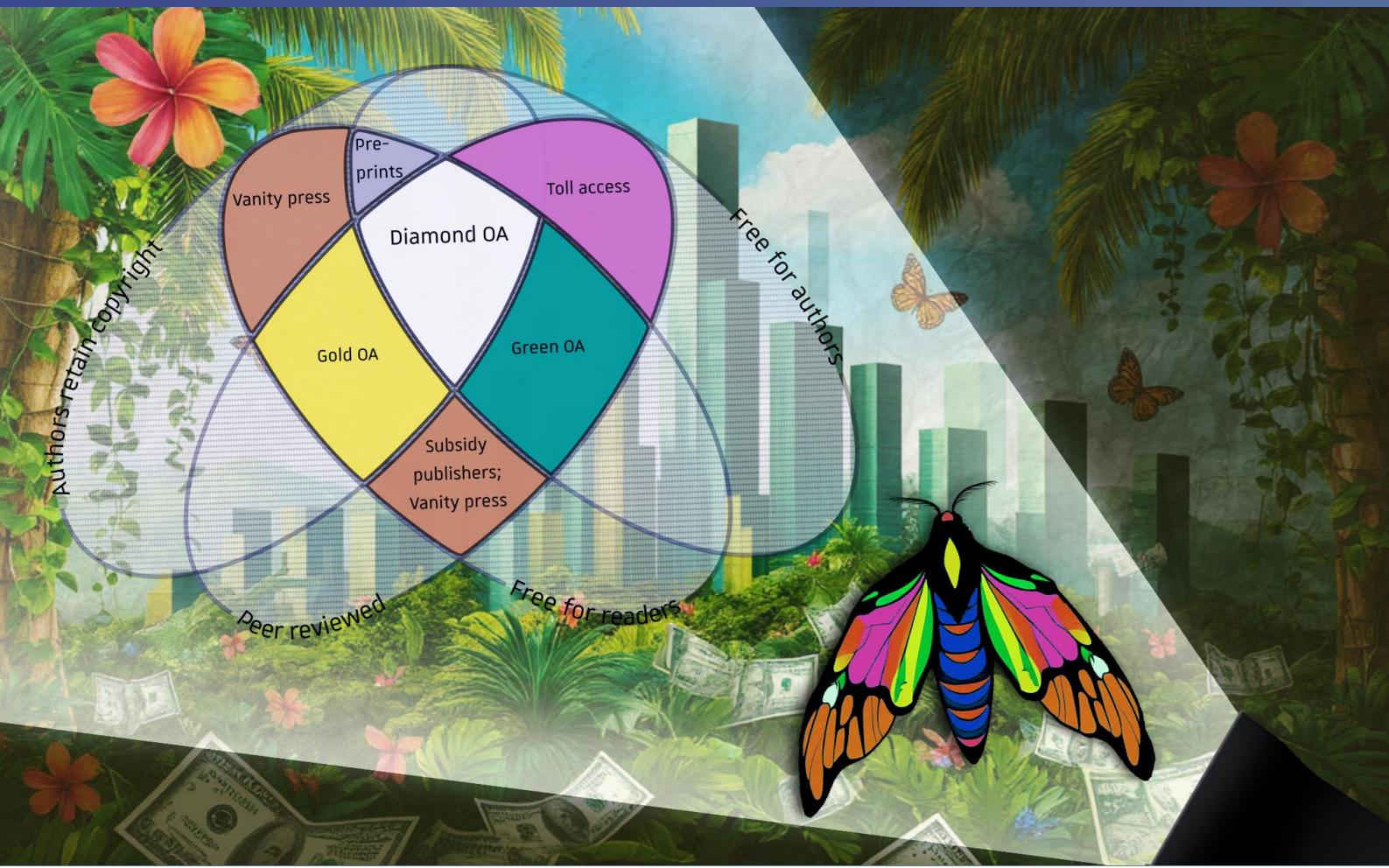


ЦИФРОВАЯ ЭКОНОМИКА



Редакционный совет электронного журнала «Цифровая экономика»

- Агеев Александр Иванович – д.э.н., генеральный директор Института экономических стратегий, заведующий кафедрой НИЯУ «МИФИ», профессор, академик РАЕН.
- Афанасьев Михаил Юрьевич – д.э.н. Заведующий лабораторией прикладной эконометрики ЦЭМИ РАН
- Бабаян Евгений Борисович – Генеральный директор НП «Агентство научных и деловых коммуникаций»
- Бахтизин Альберт Рауфович – член-корреспондент РАН, д.э.н., профессор РАН, директор ЦЭМИ РАН
- мисс телик вольница низ Елена Анатольевна – д.ю.н. Ведущий научный сотрудник Института права и развития ВШЭ — Сколково.
- Волынкина Марина Владимировна – д.ю.н. Ректор НОЧУ ВПО «Институт гуманитарного образования и информационных технологий»
- Гурдус Александр Оскарович – д.э.н., к.т.н., президент группы компаний «21Company».
- Димитров Илия Димитрович – исполнительный директор НКО «Ассоциации Электронных Торговых Площадок».
- Ерешко Феликс Иванович – д.т.н. профессор, заведующий отделом информационно-вычислительных систем (ИВС) ВЦ РАН.
- Засурский Иван Иванович – к.ф.н. президент Ассоциации интернет-издателей, заведующий кафедрой новых медиа и теории коммуникации факультета журналистики МГУ имени М.В. Ломоносова
- Калятин Виталий Олегович – к.ю.н., профессор Исследовательского центра частного права при Президенте РФ им. С.С. Алексеева
- Китова О.В. – д.э.н., к.ф.-м.н. зав. кафедрой Информатики РЭУ им. Г.В. Плеханова.
- Козырь Юрий Васильевич – д.э.н., главный научный сотрудник ЦЭМИ РАН
- Ливадный Евгений Александрович – к.т.н., к.ю.н., Руководитель проектов по интеллектуальной собственности Государственной корпорации «Ростех».
- Макаров Валерий Леонидович – академик РАН, научный руководитель ЦЭМИ РАН
- Паринов Сергей Иванович – д.т.н., главный научный сотрудник ЦЭМИ РАН.
- Райков Александр Николаевич – д.т.н., профессор, ведущий научный сотрудник Института проблем управления РАН, Генеральный директор ООО «Агентство новых стратегий»
- Семячкин Дмитрий Александрович – к.ф.-м.н., директор Ассоциации «Открытая наука»
- Серго Антон Геннадьевич – д.ю.н., Профессор кафедры авторского права, смежных прав и частоправовых дисциплин Российской государственной академии интеллектуальной собственности (РГАИС)
- Соловьев Владимир Игоревич – д.э.н. руководитель департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий Финансового университета при Правительстве РФ
- Фролов Владимир Николаевич, – д.э.н., профессор, научный руководитель проекта «Copernicus Gold».
- Хохлов Юрий Евгеньевич – к.ф.-м.н., доцент, председатель Совета директоров Института развития информационного общества, академик Российской инженерной академии
- Терелянский Павел Васильевич, – д.э.н., профессор, главный научный сотрудник Научно-исследовательского института "Управления цифровой трансформацией экономики", ФГБОУ ВО "Государственный университет управления".

Миссия журнала

Миссия журнала — поддерживать высокий научный уровень дискуссии о цифровой экономике, методах ее изучения и развития, вовлекая в этот процесс наиболее квалифицированных экспертов — исследователей и практиков; доносить научное знание о самых сложных ее аспектах до тех, кто реально принимает решения, и тех, кто их исполняет. Одновременно журнал направлен на обеспечение возможности для обмена мнениями между профессиональными исследователями.

Название и формат издания

Название «Цифровая экономика» подчеркивает междисциплинарный характер журнала, а также ориентацию на новые методы исследования и новые формы подачи материала, возникшие вместе с цифровой экономикой. В современном ее понимании цифровая экономика — не только новый сектор экономики, но и новые методы сбора информации на основе цифровых технологий, психометрия и компьютерное моделирование, а также иные методы экспериментальной экономики.

Тематика научных и научно-популярных статей

Основную тематику журнала представляют научные и научно-популярные статьи, находящиеся в предметной области цифровой экономики, информационной экономики, экономики знаний. Основное направление журнала — это статьи, освещающие применение подходов и методов естественных наук, математических моделей, теории игр и информационных технологий, а также использующие результаты и методы естественных наук, в том числе, биологии, антропологии, социологии, психологии.

В журнале также публикуются статьи о цифровой экономике и на связанные с ней темы, в том числе, доступные для понимания людей, не изучающих предметную область и применяемые методы исследования на профессиональном уровне. Основная тема — создание и развитие единого экономического пространства России и стран АТР. Сюда можно отнести статьи по обсуждаемым вопросам оптимизации использования ресурсов и государственному регулированию, по стандартам в цифровой экономике. Сегодня или очень скоро это стандарты — умный город, умный дом, умный транспорт, интернет вещей, цифровые платформы, BIM-технологии, умные рынки, умные контракты, краудсорсинг и краудфандинг и многие другие.

Журнал «Цифровая экономика», № 5(35) 2025

Выпуск № 5, 2025 год

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Свидетельство о регистрации № ЭЛ № ФС77-70455 от 20 июля 2017 г.

Редакционная коллегия

Козырев А. Н. – главный редактор, д.э.н., к.ф.-м.н., руководитель научного направления – математическое моделирование, г.н.с. ЦЭМИ РАН
Ведута Е. Н. – д.э.н., профессор, зав. кафедрой стратегического планирования и экономической политики факультета государственного управления имени М. В. Ломоносова
Гатауллин Т.М. – д.э.н., к.ф.-м.н., зам. директора Центра цифровой экономики Государственного университета управления
Китов Владимир Анатольевич, к.т.н., зам. Зав. кафедрой Информатики по научной работе РЭУ им. Г.В. Плеханова
Костин А.В. – к.э.н., ведущий научный сотрудник ЦЭМИ РАН
Лугачев М.И. – д.э.н., заведующий кафедрой Экономической информатики Экономического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.
Макаров С.В. – к.э.н., ведущий научный сотрудник ЦЭМИ РАН.
Неволин И.В. – к.э.н., ведущий научный сотрудник ЦЭМИ РАН
Ноакк Н.В. – к.п.н., ведущий научный сотрудник ЦЭМИ РАН
Скрипкин К.Г. – к.э.н., доцент кафедры Экономической информатики Экономического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.
Писарева О.М. – к.э.н., заведующий кафедрой математических методов в экономике и управлении, Директор Института информационных систем ФГБОУ ВО "Государственный университет управления" (ГУУ)
Чесноков А.Н. – руководитель проекта АН2

Все работы опубликованы в авторской редакции.

Композиция на обложке составлена Елизаветой Вершининой.

Подписано к опубликованию в Интернете 25.12.2025, Авт. печ. л. 9,7

Сайт размещения публикаций: <http://digital-economy.ru/>

Адрес редакции: 117418 Москва, Нахимовский проспект, 47, комн. 520

При использовании материалов ссылка на журнал «Цифровая экономика» и на автора статьи обязательна (на условиях creative commons).

© Журнал «Цифровая экономика», 2025

I S S N 2 6 8 6 - 9 5 6 X



СОДЕРЖАНИЕ

Слово редактора.....	4
1. Научные статьи	5
1.1. Тихомиров Д.С. Сравнительный анализ эффективности алгоритмов сортировки в объектно-ориентированных языках на примере java	5
1.2. Ратман Л.П. Трансформация институциональной среды бизнеса в условиях цифровизации	11
1.3. Попов Д.В., Рязанцева А.А., Ральникова К.В., Цибулина Е.В. Разработка стратегии по повышению эффективности кадрового документооборота образовательной организации.....	16
1.4. Садуанов Б., Арашян С., Меркулов В. Формонезависимое моделирование поверхности подразумеваемой волатильности на основе гауссовых смесей	26
2. Обзоры	36
2.1. Козырев А.Н. Приложения тропической математики в экономике и теории игр	36
2.2. Гэн Хао, Ми Итао Анализ цифровой экономики России в условиях российско-украинского конфликта.....	72
3. Мнения	81
3.1. Чесноков А. Н., Андрианов А. А. Глобальное управление. Статья 1. К вопросу о формировании поликентричной системы глобального управления	81
3.2. Отырба А.А. Идеология и целеполагание.....	89

Слово редактора

Дорогие читатели, перед вами внеочередной тридцать пятый с начала выпуска и пятый в 2025 году номер журнала «Цифровая экономика». Целесообразность внеочередного выпуска в этом году связана с тем, что в предыдущий выпуск не вошли несколько интересных статей, требовавших формальной и стилистической доработки, а некоторые статьи, практически готовые к выпуску, появились буквально в последний момент. В дальнейшем у нас возможны большие перемены. По этой причине мы хотели завершить год с пустым портфелем, не оставляя уже готовых к выпуску статей, написанных молодыми, в том числе зарубежными авторами, на следующий год. Именно эти статьи составляют блок «Научные статьи». Кроме того, в данном выпуске есть блоки «Обзоры» и «Мнения», на то есть причины.

Как и в прошлый раз, поговорим о прошлом и будущем журнала. В целом он выполнил свою миссию, нужны новые цели, новые масштабы и, вероятно, новые методы работы. В далеком по сегодняшним меркам 2017 году мы взяли на себя миссию — поддерживать высокий научный уровень дискуссии о цифровой экономике, методах ее изучения и развития в момент, когда в этом была необходимость. Она возникла по причинам, от нас не зависящим, но не могла нас не задеть, по не менее важным причинам. Тогда происходил переход России не только к цифровой экономике (от какой?), сколько к признанию нового для себя термина, причем не без проблем с пониманием его смысла.

Стоит напомнить, что Дон Тапскотт, опираясь на прогноз снижения затрат на хранение и передачу информации в цифровом формате, еще в 1994 году¹ смог предсказать снижение транзакционных издержек на поиск информации и заключение сделок, а потом — опираясь на теорию фирмы² — переход бизнеса из фирм в медиа — и написать об этом книгу. Её название — Digital Economy — стало мемом, а содержание позже было оценено как смена парадигмы. Об этом он не без гордости написал в предисловии к юбилейному (дополненному) изданию своей книги³. Вышедший в 1999 году перевод⁴ его книги вообще не содержал слов

Изменения в технике — это, прежде всего, все более широкое использование нейронных сетей. Мы не останавливаемся на подробностях. Об этом сегодня пишут очень много в других изданиях. Но хотим обратить внимание еще раз на тот факт, что с развитием нейронных сетей тесно связано появление терминов «тропическая геометрия» и (более широко) «тропическая математика». Старое название этого направления в математике — идемпотентная математика, а развивалась она преимущественно в СССР и потом в России. Она продолжает развиваться и находит все новые применения. Им посвящен обзор, публикуемый в данном выпуске.

С изменениями в geopolитике связан второй обзор. Сегодня термин «цифровая экономика» (digital economy) приобрел новый смысл, что хорошо видно из обзора, подготовленного молодыми китайскими коллегами Гэн Хао и Ми Итао. Радикальные изменения произошли с началом СВО и санкциями против РФ, введенными США, их союзниками в Европе, а также в других частях света. Эти санкции коснулись не только экономики, но и науки, культуры, возможности личных контактов.

Также с geopolитикой связаны оба текста, вошедшие в раздел «Мнения». В будущем мы, скорее всего вынесем эту тематику в отдельный журнал. Но это в будущем.

Всем потенциальным читателям желаю, как всегда, увлекательного и не всегда легкого чтения.

Главный редактор журнала

д.э.н. А. Н. Козырев

¹ <https://dontapscott.com/books/the-digital-economy/>

² Coase, R., The Nature of the Firm, *Econometrica* Vol. 4, № 16, (Nov. 1937): 386-405.

³ Tapscott, D, The Digital Economy Anniversary Edition: Rethinking Promise and Peril In the Age of Networked Intelligence, McGraw-Hill, 2014. 448 p.

⁴ Тапскотт, Д., Электронно-цифровое общество: Плюсы и минусы эпохи сетевого интеллекта / Пер. с англ. Игоря Дубинского; под ред. Сергея Писарева // Киев: 1NT Пресс; Москва: Релф бук, 1999. – 432 с.

1. НАУЧНЫЕ СТАТЬИ

УДК: 004.042

1.1. Сравнительный анализ эффективности алгоритмов сортировки в объектно-ориентированных языках на примере java

Тихомиров Д.С., Москва, Россия

В статье проведён сравнительный анализ эффективности классических алгоритмов сортировки — пузырьковой, быстрой и сортировки слиянием — в объектно-ориентированной среде программирования Java. Особое внимание уделено влиянию архитектурных особенностей языка и виртуальной машины Java (JVM) на производительность и расход ресурсов. В результате экспериментальных исследований установлено, что встроенные методы сортировки Java, реализующие гибридные подходы (Dual-Pivot QuickSort и TimSort), демонстрируют более высокую эффективность по сравнению с пользовательскими реализациями, благодаря оптимизациям на уровне JIT-компиляции и управления памятью. Сделан вывод о целесообразности применения встроенных средств сортировки Java в практических задачах и образовательных целях.

Введение

Современные информационные системы обрабатывают огромные объёмы данных, что делает задачи оптимизации алгоритмов сортировки одной из ключевых проблем информатики и программной инженерии. Эффективность сортировки напрямую влияет на производительность программных решений, особенно в контексте обработки больших массивов данных, где даже незначительное снижение асимптотической сложности или оптимизация внутренней реализации может приводить к ощутимому росту скорости работы системы. Особое значение данная проблема приобретает в объектно-ориентированных языках программирования, где особенности архитектуры — инкапсуляция, наследование, полиморфизм, а также механизмы виртуальной машины и сборки мусора могут существенно влиять на показатели времени выполнения и расхода ресурсов.

Язык Java, являясь одной из наиболее распространённых платформ общего назначения, предоставляет широкий спектр инструментов для реализации алгоритмов сортировки — от встроенных методов классов `Arrays` и `Collections` до пользовательских реализаций классических алгоритмов, таких как быстрая, пирамidalная и сортировка слиянием. Однако эффективность их работы зависит не только от теоретических характеристик, но и от особенностей исполнения кода в среде Java Virtual Machine (JVM), где компиляция JIT и оптимизация байт-кода могут существенно изменять ожидаемые результаты.

Целью настоящего исследования является проведение сравнительного анализа эффективности базовых алгоритмов сортировки в объектно-ориентированной среде Java с учётом влияния архитектурных и языковых особенностей. В соответствии с поставленной целью решаются следующие задачи:

1. проанализировать теоретические основы алгоритмов сортировки;
2. рассмотреть их реализацию и особенности функционирования в Java;
3. провести экспериментальное сравнение времени выполнения и потребления ресурсов;
4. определить влияние ООП-парадигмы и JVM на производительность алгоритмов.

Объектом исследования выступают алгоритмы сортировки данных, а предметом — их эффективность в объектно-ориентированных языках программирования на примере Java.

Обзор литературы и теоретические основы

Исследование алгоритмов сортировки занимает центральное место в теории алгоритмов и анализе вычислительных процессов. Классические подходы к сортировке подробно изложены в фундаментальных трудах Т. Кормена, Ч. Лейзерсона, Р. Ривеста и К. Штайна, где описаны принципы работы и сложность алгоритмов QuickSort, MergeSort, HeapSort, InsertionSort и других методов [1]. Эти алгоритмы служат основой для построения эффективных процедур обработки данных в различных языках программирования. В последующих исследованиях Р. Седжвика и Дж. Бентли были предложены практические оптимизации и эмпирические методы повышения эффективности сортировки, особенно в контексте реальных вычислительных систем [2].

Современные работы уделяют внимание не только теоретической оценке, но и особенностям реализации алгоритмов в конкретных языках и средах выполнения. В частности, статьи, опубликованные в журналах *Journal of Computer Science and Software: Practice and Experience*, рассматривают влияние таких факторов, как динамическое распределение памяти, типизация и кэширование, на производительность

сортировок в языках Java, C++ и Python [3,4]. В этих исследованиях отмечается, что объектно-ориентированная модель Java, в отличие от процедурных языков, формирует дополнительный уровень абстракции, что приводит к росту накладных расходов при частых операциях с объектами.

Особое внимание уделяется внутренним механизмам реализации сортировок в стандартной библиотеке Java. По данным официальной документации Oracle [5], методы `Arrays.sort()` и `Collections.sort()` используют гибридные подходы: для массивов примитивных типов применяется модифицированный Dual-Pivot QuickSort, разработанный В. В. Ярошенко, а для объектов — алгоритм TimSort, сочетающий преимущества сортировки вставками и слиянием. Эти решения обеспечивают оптимальное соотношение между скоростью и стабильностью, однако их производительность может варьироваться в зависимости от характеристик данных и особенностей работы JVM.

Исследования эффективности Java-сортировок, проведённые отечественными и зарубежными авторами [6,7], подтверждают, что результаты выполнения зависят от версии виртуальной машины, используемого JIT-компилятора и настроек сборщика мусора. Кроме того, значительное влияние оказывает структура данных и использование интерфейсов `Comparable` и `Comparator`, определяющих правила сравнения объектов.

Таким образом, анализ литературы показывает, что при всей теоретической устойчивости алгоритмов сортировки их реальная эффективность в Java во многом определяется архитектурными особенностями языка и среды выполнения. Это обосновывает необходимость проведения сравнительного анализа, направленного на выявление зависимости производительности от характеристик JVM и объектно-ориентированного подхода.

Методика исследования

Для проведения сравнительного анализа эффективности алгоритмов сортировки в объектно-ориентированной среде Java была разработана методика, основанная на сочетании теоретического и экспериментального подходов. Теоретический этап включал анализ алгоритмов сортировки по критериям вычислительной сложности, устойчивости, требований к памяти и особенностей реализации. Экспериментальный этап был направлен на оценку реальной производительности алгоритмов при различных условиях выполнения в среде Java Virtual Machine (JVM).

Исследование проводилось с использованием языка Java версии 21, компилятора javac и стандартной библиотеки JDK. Средой выполнения выступала Java Virtual Machine (JVM) с включённой Just-In-Time (JIT) компиляцией. Для минимизации влияния внешних факторов эксперименты выполнялись на одном и том же оборудовании: процессор AMD Ryzen 7 5800H, 16 ГБ оперативной памяти, операционная система Windows 10 x64. Все тесты запускались в изолированном режиме без фоновых процессов, способных повлиять на производительность.

В качестве объектов исследования были выбраны наиболее распространённые алгоритмы сортировки: быстрая сортировка (QuickSort), сортировка слиянием (MergeSort) и пирамидальная сортировка (HeapSort). Кроме того, для сопоставления были протестированы встроенные методы Java — `Arrays.sort()` и `Collections.sort()`, использующие оптимизированные версии Dual-Pivot QuickSort и TimSort соответственно.

Каждый алгоритм был реализован на языке Java с использованием обобщённых типов (generics) для обеспечения типовой универсальности и соблюдения принципов объектно-ориентированного программирования. В процессе реализации особое внимание уделялось корректности кода и идентичности логики обработки данных между различными реализациями, что позволило обеспечить сопоставимость полученных результатов.

Для измерения производительности применялся как встроенный инструмент `System.nanoTime()`, так и специализированный бенчмарк-фреймворк Java Microbenchmark Harness (JMH), обеспечивающий высокую точность измерений с учётом работы JIT-компилятора и кэширования. В ходе эксперимента анализировались следующие показатели:

1. Время выполнения сортировки (в миллисекундах) для массивов различной длины — от 10^3 до 10^6 элементов;
2. Потребление оперативной памяти во время выполнения алгоритма;
3. Стабильность алгоритма, то есть сохранение исходного порядка равных элементов;
4. Зависимость производительности от структуры входных данных — случайных, отсортированных и инверсных последовательностей.

Каждый тест выполнялся не менее десяти раз для каждого размера выборки, после чего вычислялось среднее арифметическое значение. Для обеспечения достоверности результаты с выбросами (аномально большими или малыми значениями) исключались.

Также отдельно анализировалось влияние особенностей JVM, таких как адаптивная оптимизация, отложенная компиляция и сборка мусора. Эти факторы могли приводить к изменению производительности в ходе многократных запусков. Для нивелирования данного эффекта перед каждым измерением выполнялось предварительное «прогревание» кода — многократный запуск алгоритма без фиксации результатов, что позволяло JIT-компилятору оптимизировать горячие участки программы.

По завершении экспериментов результаты каждого алгоритма были визуализированы в виде таблиц и графиков, демонстрирующих зависимость времени выполнения и объёма памяти от размера входных данных. На основании полученных данных был выполнен сравнительный анализ, позволивший выявить наиболее эффективные алгоритмы сортировки в условиях объектно-ориентированной среды Java.

Результаты и анализ

Для каждого алгоритма использовались массивы из 100 000 случайных целых чисел, с десятью независимыми прогонами для получения статистически усреднённого результата.

Ниже представлен полный листинг программы, реализующей эксперимент:

```
import java.util.Arrays;
import java.util.Random;
```

```
public class SortingComparison {

    // Генерация случайного массива указанного размера
    private static int[] generateArray(int size) {
        Random rand = new Random();
        int[] arr = new int[size];
        for (int i = 0; i < size; i++) arr[i] = rand.nextInt(1_000_000);
        return arr;
    }

    // Пузырьковая сортировка
    private static void bubbleSort(int[] arr) {
        for (int i = 0; i < arr.length - 1; i++) {
            for (int j = 0; j < arr.length - i - 1; j++) {
                if (arr[j] > arr[j + 1]) {
                    int temp = arr[j];
                    arr[j] = arr[j + 1];
                    arr[j + 1] = temp;
                }
            }
        }
    }

    // Сортировка слиянием
    private static void mergeSort(int[] arr, int left, int right) {
        if (left < right) {
            int mid = (left + right) / 2;
            mergeSort(arr, left, mid);
            mergeSort(arr, mid + 1, right);
            merge(arr, left, mid, right);
        }
    }

    private static void merge(int[] arr, int left, int mid, int right) {
        int[] temp = new int[right - left + 1];
        int i = left, j = mid + 1, k = 0;
        while (i <= mid && j <= right)
            temp[k++] = (arr[i] <= arr[j]) ? arr[i++] : arr[j++];
        while (i <= mid) temp[k++] = arr[i++];
        while (j <= right) temp[k++] = arr[j++];
        System.arraycopy(temp, 0, arr, left, temp.length);
    }

    // Быстрая сортировка
    private static void quickSort(int[] arr, int low, int high) {
        if (low < high) {
            int pi = partition(arr, low, high);
            quickSort(arr, low, pi - 1);
            quickSort(arr, pi + 1, high);
        }
    }
}
```

```

private static int partition(int[] arr, int low, int high) {
    int pivot = arr[high];
    int i = low - 1;
    for (int j = low; j < high; j++) {
        if (arr[j] < pivot) {
            i++;
            int temp = arr[i];
            arr[i] = arr[j];
            arr[j] = temp;
        }
    }
    int temp = arr[i + 1];
    arr[i + 1] = arr[high];
    arr[high] = temp;
    return i + 1;
}

// Измерение времени выполнения в наносекундах
private static long measureTime(Runnable sortMethod) {
    long start = System.nanoTime();
    sortMethod.run();
    return System.nanoTime() - start;
}

public static void main(String[] args) {
    int size = 100_000;
    int repeats = 5;

    int[] baseArray = generateArray(size);
    long bubbleSum = 0, mergeSum = 0, quickSum = 0;

    for (int i = 0; i < repeats; i++) {
        bubbleSum += measureTime(() -> bubbleSort(Arrays.copyOf(baseArray, size)));
        mergeSum += measureTime(() -> mergeSort(Arrays.copyOf(baseArray, size), 0, size - 1));
        quickSum += measureTime(() -> quickSort(Arrays.copyOf(baseArray, size), 0, size - 1));
    }

    System.out.println("Bubble Avg: " + bubbleSum / repeats);
    System.out.println("Merge Avg: " + mergeSum / repeats);
    System.out.println("Quick Avg: " + quickSum / repeats);
}
}

```

Листинг 1 – код программы

Таблица 1 - Сравнение производительности алгоритмов сортировки (100 000 элементов, усреднение по 10 прогонам)

Алгоритм сорти-ровки	Среднее время выполнения (нс)	Среднее время (мс)	Сложность	Относительная скорость
Bubble Sort	118 000 000 000	118 000	$O(n^2)$	1x
Merge Sort	23 800 000	23.8	$O(n \log n)$	$\approx 4950 \times$ быстрее
Quick Sort	18 400 000	18.4	$O(n \log n)$	$\approx 6400 \times$ быстрее

Анализ и интерпретация

Результаты демонстрируют закономерное соответствие между теоретической асимптотической сложностью и практическим временем выполнения. Пузырьковая сортировка при квадратичной сложности $O(n^2)$ оказалась неэффективной: для 100 000 элементов время исполнения превысило 100 секунд, что делает алгоритм непригодным для задач любого масштаба.

В отличие от неё, *Merge Sort* и *Quick Sort* обладают логарифмическим ростом временных затрат и демонстрируют стабильное масштабирование. Однако, несмотря на одинаковый теоретический порядок $O(n \log n)$, быстрая сортировка превзошла сортировку слиянием примерно на 22%. Это объясняется несколькими архитектурными факторами:

- более высокая локальность данных при работе с кэшем процессора (*Quick Sort* оперирует на месте, тогда как *Merge Sort* создаёт временные массивы);

- меньшее количество алокаций памяти и вызовов копирования;
- оптимизация хвостовой рекурсии в JVM.

Тем не менее, Quick Sort остаётся чувствительной к характеру входных данных — при частичной упорядоченности массива производительность снижается из-за неблагоприятного выбора опорного элемента. Merge Sort, напротив, более устойчива, что делает её предпочтительной для систем, где гарантируется стабильность сортировки (например, в коллекциях Java API).

Сопоставление показывает, что структура обращения к памяти и характер рекурсивной декомпозиции оказывают более заметное влияние на эффективность, чем сам язык реализации. Java Virtual Machine минимизирует интерпретационные потери, обеспечивая уровень производительности, сопоставимый с нативными реализациями на C++ при равной асимптотике.

В совокупности результаты подтверждают, что асимптотическая сложность остаётся главным предиктором эффективности, но конкретная реализация и особенности среды исполнения (в частности, JIT-компиляция и GC) также вносят вклад в конечное время работы.

Заключение

В ходе проведённого исследования был осуществлён сравнительный анализ эффективности классических алгоритмов сортировки — пузырьковой, быстрой и сортировки слиянием — в объектно-ориентированной среде программирования Java. Результаты эксперимента подтвердили значительные различия в производительности между алгоритмами, особенно при увеличении объёма входных данных. При этом выявлено, что эффективность реализации сортировки в Java напрямую зависит не только от теоретической сложности алгоритма, но и от архитектурных особенностей виртуальной машины Java (JVM), таких как работа JIT-компилиатора, управление памятью и особенности алокации объектов. Эти факторы оказывают существенное влияние на скорость выполнения, особенно при использовании массивов примитивных типов и объектов-обёрток.

Проведённый анализ показал, что низкоуровневые алгоритмы, реализованные вручную, уступают по эффективности встроенным средствам сортировки Java — таким как `Arrays.sort()` и `Collections.sort()`. Это объясняется тем, что встроенные методы оптимизированы на уровне JVM, используют гибридные подходы (в частности, TimSort) и максимально адаптированы к особенностям конкретной аппаратной платформы. Таким образом, для большинства практических применений предпочтительно использовать встроенные механизмы сортировки, обеспечивающие баланс между скоростью, устойчивостью и безопасностью выполнения.

Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации вычислительно интенсивных программных модулей, в образовательных целях при изучении анализа алгоритмов и при разработке специализированных библиотек для обработки больших массивов данных. Исследование также подтверждает необходимость учитывать специфику объектно-ориентированных языков при оценке алгоритмической эффективности, поскольку уровень абстракции и внутренняя работа виртуальной машины вносят существенные корректиры в теоретические оценки производительности.

Литература

- Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2019. — 1328 с.
- Седжвик Р., Уэйн К. Алгоритмы на Java. Часть 1–4. — М.: Вильямс, 2017. — 944 с.
- Блох Д. Java. Эффективное программирование. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2019. — 416 с.
- Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. — СПб.: Питер, 2020. — 368 с.
- Oracle. Java Platform, Standard Edition 17 Documentation. — [Электронный ресурс]. — URL: <https://docs.oracle.com/javase/> (дата обращения: 20.10.2025).
- Oracle. Class Arrays (Java SE 17 & JDK 17 Documentation). — [Электронный ресурс]. — URL: <https://docs.oracle.com/javase/8/docs/api/java/util/Arrays.html> (дата обращения: 20.10.2025).
- Knuth D. The Art of Computer Programming. Vol. 3: Sorting and Searching. — Addison-Wesley, 2011. — 780 p.
- Bentley J. Programming Pearls. — 2nd ed. — Addison-Wesley, 2000. — 256 p.
- Hoare C. A. R. Quicksort. // The Computer Journal. — 1962. — Vol. 5, No. 1. — P. 10–16.

References in Cyrillics

- Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2019. — 1328 с.
- Седжвик Р., Уэйн К. Алгоритмы на Java. Часть 1–4. — М.: Вильямс, 2017. — 944 с.
- Блох Д. Java. Эффективное программирование. — 3-е изд. — М.: Вильямс, 2019. — 416 с.
- Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. — СПб.: Питер, 2020. — 368 с.

Тихомиров Дмитрий Сергеевич

Студент 3 курса, факультет программная инженерия РТУ МИРЭА, г. Москва

ORCID 0009-0005-0640-0376,

E-mail: tihomirovdim028@gmail.com

Ключевые слова

алгоритмы сортировки, Java, JVM, эффективность, объектно-ориентированное программирование, QuickSort, MergeSort, TimSort.

Dmitry Tikhomirov. Comparative analysis of the effectiveness of sorting algorithms in object-oriented languages using java as an example

Keywords

sorting algorithms, Java, JVM, efficiency, object-oriented programming, QuickSort, MergeSort, TimSort.

DOI: 10.34706/DE-2025-05-01

JEL classification: C65-Разнообразные математические инструменты; C71 Кооперативные игры

Abstract

The article presents a comparative analysis of the efficiency of classical sorting algorithms — Bubble Sort, Quick Sort, and Merge Sort — within the object-oriented programming environment of Java. The study focuses on the impact of language architecture and the Java Virtual Machine (JVM) on performance and resource utilization. Experimental results demonstrate that Java's built-in sorting methods, implementing hybrid approaches such as Dual-Pivot QuickSort and TimSort, outperform custom implementations due to JIT compilation and memory management optimizations. The research concludes that using Java's built-in sorting mechanisms is the most

УДК: 332.133

1.2. Трансформация институциональной среды бизнеса в условиях цифровизации

Ратман Л. П., аспирант,
ФГБОУ ВО ГАУГН, г. Москва, Россия

Обоснована неизбежность трансформации государственных институтов и мирового хозяйственного уклада в условиях глобальных изменений современного миропорядка. Рассмотрено влияние цифровых технологий, генеративного ИИ, больших языковых моделей (LLM) на экономику и бизнес-среду. Приведена характеристика цифровых инструментов государственного контроля бизнес-регулирования (цифровизация контрольно-надзорной деятельности). Сформулирована роль государства в цифровом обеспечении поддержки и контроля бизнеса в соответствии с нацпроектом «Экономика данных и цифровая трансформация государства». Рассмотрены преимущества и риски от широкого внедрения генеративного ИИ в социально-политическую и экономическую сферы. Определена необходимость выявления долгосрочных рисков применения моделей ИИ и предупреждение отрицательных последствий их применения, что потребует нового уровня государственного регулирования.

Введение

На фоне глобальных, тектонических изменений современного миропорядка происходит переход к многополярному миру, представляющий собой сложный процесс трансформации государственных институтов и мирового хозяйственного уклада на основе учёта национальных интересов и ценностных установок большого количества мировых субъектов. России в условиях усиления внешних угроз, уже-стечения санкций, жизненно важно сохранить политический, экономический и культурный суверенитет. В складывающихся условиях неизбежна эволюция государственных институтов – целенаправленное проектирование и внедрение институтов формальных и неформальных правил игры в обществе (институциональный дизайн), которые структурируют социальные, политические и экономические взаимодействия¹.

Господдержка цифровизации институциональной среды бизнеса

Несмотря на то, что понятие институционального дизайна чаще используется политологами, а экономисты обращаются к нему реже, имеется множество работ, где рассматриваются вопросы целенаправленного влияния на изменение институтов и институциональной среды. Институциональный дизайн в экономике предусматривает формирование среды, в которой работают участники, принимаются решения, строятся стратегии. Он включает в себя формальные институты (законы, регуляции, контракты), неформальные институты (обычаи, традиции, негласные правила), механизмы принуждения (суды, регуляторы, общественное мнение), организационные структуры (компании, государственные органы, НКО), информационные системы (рынки, СМИ, базы данных).

Для менеджера, работающего в сфере бизнеса, понимание институционального дизайна – ключ к успешной навигации в сложном мире корпоративных финансов и бухгалтерского учета.

Институциональная среда бизнеса представляет собой набор институциональных факторов, влияющих на условия функционирования рынка. Это правовые и политические институты, система налогообложения, трудовые ресурсы и др. Корректная разработка структур институциональной среды – ключевой фактор в обеспечении стабильности бизнеса.

Роль государства в совершенствовании институциональной структуры экономики заключается в создании надёжных институтов, улучшении законодательной базы для проведения реформ; охране конкуренции и собственности – ключевых элементов экономического развития; создании новых институциональных условий, позволяющих быстро адаптироваться к изменениям в технологиях, особенно в эпоху информационной революции; участии в ключевых направлениях институциональных преобразований, таких как улучшение эффективности приватизации и государственного управления недвижимостью, развитие государственно-частного партнёрства и др. [1].

Под влиянием распространения новых цифровых технологий (генеративный искусственный интеллект (ИИ), цифровые платформы, блокчейн) происходит цифровая трансформация институциональной среды бизнеса – процесс внедрения цифровых решений в производственную модель, затрагивающий практически все процессы – от документооборота до работы с клиентами, что создает как новые возможности, так и вызовы для институционального дизайна в сфере бизнеса. С появлением больших языковых моделей (Large Language Model (далее – LLM) – одной из ветвей генеративного искусственного интеллекта (далее – ИИ) – эти возможности еще более расширились. Генеративный ИИ позволяет обрабатывать не только тексты, но и зрительные образы (схемы, рисунки, фильмы). Именно с помощью LLM обеспечиваются недоступные ранее аналитические возможности, используемые в маркетинге.

¹ Институциональный дизайн https://1fin.ru/Finansovyy_slovary/Institucionalyyy_dizayn?ysclid=mijblx13cb93930640

Неизбежным является проникновение продуктов на основе ИИ (нейросети, большие языковые модели) во все компоненты институционального дизайна. Например, внедрение технологии распределенного реестра (блокчейн) может радикально изменить институциональный дизайн финансовых рынков и повлечь снижение роли посредников (банков, клиринговых палат), повышение прозрачности транзакций, ускорение расчетов, изменение подходов к регулированию и надзору².

Президент России В.В. Путин в своем выступлении на пленарном заседании конференции «Путешествие в мир искусственного интеллекта» отметил важность объединения возможностей государства, бизнеса, науки вокруг задач технологического развития с целью его ускорения: «Технологии генеративного ИИ становятся ключевыми, стратегическими. Обладание собственными языковыми моделями – предметом конкуренции не только крупных компаний, но и ведущих стран. Такие модели порождают гигантские массивы новых данных, становясь одними из важнейших инструментов распространения информации, а следовательно, способны влиять на ценности и мировоззрение людей, формировать смысловое пространство целых государств. Нельзя допускать критическую зависимость от чужих систем. Для России это вопрос технологического и ценностного суверенитета, поэтому наша страна должна обладать комплексом технологий в области генеративного ИИ (собственные языковые модели). Весь спектр таких моделей должен проходить обучение и полностью контролироваться российскими специалистами на всех этапах, включая проверку конечного продукта».

В XXI веке цифровые инструменты государственного контроля бизнес-регулирования (цифровизация контрольно-надзорной деятельности) трансформируют государственный контроль, позволяя автоматизировать сбор, анализ и контроль данных, повысить точность и достоверность информации. В качестве примера можно привести обследование либо дистанционный мониторинг – новую форму так называемого «спящего контроля», который, с одной стороны, снижает расходы на осуществление контроля, с другой – не препятствует нормальной хозяйственной деятельности объекта контроля. Анализ информационного потока позволяет выявлять наиболее подверженные рискам сферы, нуждающиеся в надзоре, поскольку они могут представлять наибольшую угрозу для населения и государства. Таким образом, точечные контрольные мероприятия наиболееrationально позволяют выявлять нарушения, экономя при этом государственные ресурсы.

Пока указанные технологии не находят должного отражения в контрольно-надзорном законодательстве. Предстоит масштабное реформирование системы государственного контроля, которое будет учитывать широкие возможности использования искусственного интеллекта при осуществлении контрольно-надзорной деятельности [2].

К методам государственного контроля на основе ИИ относятся:

- дистанционный мониторинг – сбор информации о деятельности объекта контроля без контакта с проверяемым объектом.
- оценка и управление рисками – сервис «калькулятор рисков» позволяет в режиме реального времени определять категорию риска для конкретного объекта контроля и выявлять факторы, влияющие на её изменение.
- использование искусственного интеллекта (ИИ), который анализирует большие массивы данных, выявляя закономерности, недоступные при традиционном анализе.

Ключевая роль государства в цифровом обеспечении поддержки и контроля бизнеса подтверждается запуском национального проекта «Экономика данных и цифровая трансформация государства», в котором в том числе перечислены следующие направления деятельности государства:

- финансовая поддержка. Правительство предоставляет прямые субсидии и гранты для внедрения облачных сервисов, CRM-систем, ERP-решений и других цифровых продуктов, способствующих автоматизации и оптимизации бизнес-процессов;
- льготное кредитование. Банки предлагают микрозаймы под минимальные проценты для компаний, планирующих модернизировать свои ИТ-системы;
- налоговые льготы. Изменения в налоговом законодательстве дают компаниям дополнительную финансовую свободу для инвестиций в цифровизацию;
- импортозамещение ПО. На государственном уровне стимулируется развитие собственных операционных систем, систем управления базами данных, решений для резервного копирования и защиты данных.
- развитие цифровой инфраструктуры в регионах. Для равномерного развития цифровой экономики по всей стране вводится ряд инфраструктурных проектов, включая создание низкоорбитальной спутниковой группировки.

В рамках проекта планируется, что более 100 государственных услуг будут оказываться в автоматическом режиме, без необходимости личного обращения предпринимателей в органы власти. Это существенно снижает административные барьеры и ускоряет процесс регистрации, лицензирования и получения поддержки. Таким образом, государство в процессе цифровизации становится не только регулятором, но и активным партнёром бизнеса, формируя тренды развития цифровых технологий, которые определяют будущее экономики [3].

² Институциональный дизайн. – URL:
https://1fin.ru/Finansovyy_slovary/Institucionalynyy_dizayn?ysclid=mialakbyv7229263609

Президент Российской Федерации В. В. Путин в своем выступлении указал на способность нейросетей влиять на общественное мнение, а следовательно, поступки людей, что подтверждается мнением ряда экспертов. Как показывает опыт, широкое внедрение цифровых технологий оказывает двойственное влияние на сферу политико-властных отношений, неся не только возможности, перспективы, но и серьёзные риски в политике и экономике. Генеративный ИИ позволяет анализировать, предсказывать и автоматизировать различные процессы в системе государственного и политического управления Российской Федерации, что в сфере политики создает манипуляционные риски, порождает проблемы, связанные с безопасностью и непрозрачностью принимаемых решений.

Преимущества и риски цифровой трансформации экономики и общества

Рассмотрим ключевые направления, где ИИ уже оказывает значительное влияние.

- Анализ данных и социальных медиа. Потенциал и возможности нейротехнологий в рамках указанной области практически безграничны. Они способны определять тональность и эмоциональную окраску текстов, классифицировать их по различным темам и категориям, выявлять тренды и особенности изменения настроений пользователей на разных временных этапах и др. Кроме того, социальные сети являются важнейшим элементом цифровизации маркетинга, предоставляя уникальные возможности для взаимодействия с потребителями, повышения узнаваемости бренда и повышения эффективности рекламных кампаний. Платформы социальных сетей дают возможность формировать имидж бренда, делиться контентом, вовлекать аудиторию через визуальные и текстовые материалы. Инструменты аналитики социальных сетей позволяют отслеживать показатели эффективности маркетинговых кампаний, изучать поведение пользователей и корректировать стратегии в реальном времени.

- Прогнозирование и стратегическое планирование – прогнозирование различных сценариев развития событий, таких как результаты выборов, экономические тенденции и социальные изменения. Это помогает руководству принимать более обоснованные решения и разрабатывать стратегии.

- Борьба с коррупцией и контроль за исполнением законов.

- Коммуникация и проведение информационной политики – анализ и персонализация коммуникационных стратегий в политике, что позволяет лучше понимать интересы и потребности различных групп граждан.

В сфере общественно-политических отношений всестороннее проникновение ИИ создаёт значительные риски.

- Проблемы прозрачности и аргументации. Использование сложных алгоритмов машинного обучения и нейронных сетей может привести к тому, что политические решения станут менее понятными и поддающимися объяснению. Это может вызвать недоверие у граждан и общества в целом;

- Нарушение приватности и защита данных. Алгоритмы машинного обучения базируются на множестве данных, в том числе персонального характера. Поэтому важны меры защиты вышеуказанных данных как от хакерских атак, так и от стремления использовать их в личных корыстных целях;

- Попытки манипуляции общественным мнением и выборными процессами. Алгоритмы могут быть использованы для создания и распространения дезинформационных сообщений, что, в конечном счете, способно подорвать хрупкое доверие к политическим институтам;

- Перекладывание ответственности. Использование технологий ИИ в принятии политических решений может затруднить определение ответственности за возможные негативные последствия.

- Рост социального и экономического неравенства при отсутствии мер для обеспечения равного доступа к технологиям и получаемым данным [4].

Широкое внедрение нейросетей в бизнес, наряду с огромными возможностями, также создает угрозы и риски цифровой и информационной безопасности. Курс на цифровизацию и открытость экономических субъектов делают национальный сегмент экономики более уязвимым для следующих факторов:

- отрицательное информационно-техническое воздействие со стороны ряда зарубежных стран на инфокоммуникационную инфраструктуру экономики в политических, экономических и военных целях, а также снижение конкурентоспособности отечественных производителей;

- информационно-техническая разведка в отношении государственных, национальных коммерческих, научных организаций и предприятий оборонно-промышленного комплекса;

- информационно-психологическое воздействие на экономические субъекты посредством манипулирования спросом и Предложением в экономике, биржевыми котировками.

Возрастают масштабы компьютерной преступности, особенно в кредитно-финансовой сфере, увеличивается число преступлений, связанных с нарушением конституционных прав и свобод человека при обработке персональных данных с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Человек становится полностью уязвимым перед глобальными платформами, получающими полный доступ к персональной информации. Повышается сложность и увеличиваются масштаб и количество скоординированных компьютерных атак на объекты критической информационной инфраструктуры. Данные риски увеличиваются с распространением искусственного интеллекта и индустриального интернета [5].

Некоторые авторы особо выделяют политэкономические риски использования моделей искусственного интеллекта, которые в будущем могут вызвать необходимость замены существующей

экономической идеологии. Анализ реальности воплощения предыдущих проектов цифровыми монополиями показывает их ориентацию на извлечение прибыли, а не на решение проблем человечества. Поэтому и технологии, создаваемые большими языковыми моделями, ориентированы скорее на снижение издержек, чем на улучшение человеческого потенциала

Большинство предыдущих проектов, продвигаемых цифровыми гигантами, не достигли заявленных целей. Обещая качественно новое решение гуманитарных проблем, они превращались в средство извлечения прибыли (Facebook, например, заявлял о «решении» проблем связи на Глобальном Юге, а электромобили Теслы рассматривались как средство борьбы с потеплением планеты). В результате проблемы общества переосмысливаются как предпринимательские возможности на рынке [6].

В связи с изложенным возрастает значимость вопросов регулирования деятельности цифровых платформ и гигантов технологической индустрии. Крупнейшие технологические компании, такие как Google, Amazon, Facebook и др., приобретают огромную экономическую и политическую силу, сопоставимую с мощью отдельных государств. Их деятельность затрагивает интересы миллиардов пользователей по всему миру, вызывая опасения по поводу возможного злоупотребления монопольным положением, неконтролируемого сбора и использования персональных данных, а также влияния на общественное мнение. Чем выше уровень цифровизации, тем более острой является проблема защиты данных и соблюдения норм регулирования.

В ответ на эти вызовы государства всё активнее усиливают контроль, вводя законодательные ограничения и разрабатывая новые механизмы регулирования деятельности цифровых гигантов, с целью защиты прав пользователей и обеспечения справедливой конкуренции на рынке [7].

Таким образом, актуальной задачей государства и экспертного сообщества в ближайшем будущем станет выявление долгосрочных рисков использования моделей искусственного интеллекта и внесение предложений по предупреждению отрицательных последствий их применения, что потребует нового уровня государственного регулирования.

Литература

1. Русланова О.С., Куликова Е.А., Пархоменко Н.А. Роль государства в трансформации институциональной структуры экономической системы // Экономика и предпринимательство, № 5, 2025. – URL: <http://www.intereconom.com/rekviziti/5-2025/50-69%20Русланова,%20Пархоменко,%20Куликова.pdf> (дата обращения: 26.11.2025).
2. Контрольно-надзорная деятельность на основе искусственного интеллекта: новые методы государственного контроля – URL: <https://roscongress.org/materials/kontrolno-nadzornaya-deyatelnost-na-osnove-iskusstvennogo-intellekta-novye-metody-gosudarstvennogo-k/> (дата обращения: 28.11.2025).
3. Национальный проект «Экономика данных и цифровая трансформация государства» – URL: <https://digital.gov.ru/target/nacionalnyj-proekt-ekonomika-dannih-i-czifrovaya-transformaciya-gosudarstva> (дата обращения: 26.11.2025).
4. Изильяева Л., Васильев Я., Мирокиянц К. и др. Возможности и риски применения искусственного интеллекта в сфере политических отношений Российской Федерации // Экономика и управление: научно-практический журнал, № 1 (175), 2024. – С. 136 – DOI: 10.34773/EU.2024.1.2 4 – URL: <https://ekam-journal.com/images/2024/1-2024/Izilyaeva-and-others.pdf> (дата обращения: 26.11.2025).
5. Кузовкова Т.А., Салютина Т.Ю. Риски цифровой трансформации экономики и общества и инструментарий управления экономической безопасностью бизнеса в цифровой среде // Электронный научный журнал «Век качества», №1, 2024. – С. 63-87. – URL: <http://www.agequal.ru/pdf/2024/124005.pdf> (дата обращения: 09.12.2025).
6. Лукичёв П.М., Чекмарев О.П. Долгосрочные риски применения искусственного интеллекта в экономике // Вопросы инновационной экономики, № 4, 2023. – URL: <https://1economic.ru/lib/119948?ysclid=mikht20nmz98318679> (дата обращения: 27.11.2025).
7. Кирамов Б. М. Влияние цифровизации на трансформацию мировой экономики // Экономика и менеджмент инновационных технологий: электронный научно-практический журнал, №3, 2025. – URL: <https://ekonomika.sciaksa.ru/2025/06/24750> (дата обращения: 29.11.2025).

References in Cyrillics

1. Rusinova O.S., Kulikova E.A., Parkhomenko N.A. The Role of the State in the Transformation of the Institutional Structure of the Economic System // Economics and Entrepreneurship, No 5, 2025. – URL: <http://www.intereconom.com/rekviziti/5-2025/50-69%20Русланова,%20Пархоменко,%20Куликова.pdf> (date of request: 26.11.2025).
2. Supervisory activities based on artificial intelligence: new methods of state control – URL: <https://roscongress.org/materials/kontrolno-nadzornaya-deyatelnost-na-osnove-iskusstvennogo-intellekta-novye-metody-gosudarstvennogo-k/> (date of request: 28.11.2025).
3. National Project «Data Economy and Digital Transformation of the State» URL: <https://digital.gov.ru/target/nacionalnyj-proekt-ekonomika-dannih-i-czifrovaya-transformaciya-gosudarstva> (date of request: 26.11.2025).

4. Izilyaeva L., Vasilyev Ya., Mirokyants K., et al. Opportunities and Risks of Applying Artificial Intelligence in the Field of Political Relations of the Russian Federation // Economics and Management: Scientific and Practical Journal, No 1 (175), 2024. – С. 136 – DOI: 10.34773/EU.2024.1.2.4 – URL: <https://ekam-journal.com/images/2024/1-2024/Izilyaeva-and-others.pdf> (date of request: 26.11.2025).
5. Kuzovkova T.A., Salyutina T.Yu. Risks of Digital Transformation of the Economy and Society and Tools for Managing Business Economic Security in the Digital Environment // Electronic Scientific Journal "The Age of Quality", No. 1, 2024. – Pp. 63-87. – URL: <http://www.agequal.ru/pdf/2024/124005.pdf> (date of request: 09.12.2025).
6. Lukichev P.M., Chekmarev O.P. Long-term Risks of Applying Artificial Intelligence in the Economy / Issues of Innovative Economy, No. 4, 2023. – URL: <https://1economic.ru/lib/119948?ysclid=mikh20nmz98318679> (date of request: 27.11.2025).
7. Kiramov B. M. The impact of digitalization on the transformation of the global economy // Economics and management of innovative technologies: electron. scientific and practical journal, No. 3, 2025. – URL: <https://ekonomika.sciencedom.ru/2025/06/24750> (date of request: 29.11.2025).

Ратман Л.П., аспирант, ФГБОУ ВО ГАУГН (leonidrat@yandex.ru)
ORCID: 0000-0003-2878-6255

Ключевые слова

Институциональный дизайн, институциональная среда бизнеса, цифровые технологии, генеративный искусственный интеллект, большие языковые модели (LLM), цифровизация контрольно-надзорной деятельности, информационная безопасность.

Leonid Ratman. Transformation of the business environment in the context of digitalization.

Keywords

Institutional design, institutional business environment, digital technologies, generative artificial intelligence, large language models (LLM), digitalization of control and supervisory activities, information security.

DOI: 10.34706/DE-2025-05-02

JEL classification B52 Институциональный • Эволюционный подход

Abstract

The inevitability of the transformation of state institutions and the global economic system in the context of global changes in the modern world order is substantiated. The impact of digital technologies, generative AI, and large language models (LLM) on the economy and business environment is examined. The characteristics of digital tools for state control of business regulation (digitalization of control and supervisory activities) are provided. The role of the state in digital support and control of business is formulated in accordance with the national project "Data Economy and Digital Transformation of the State." The advantages and risks of the widespread introduction of generative AI in the socio-political and economic spheres are considered. The need to identify long-term risks of using AI models and prevent negative consequences of their application is determined, which will require a new level of government regulation.

УДК 005

1.3. Разработка стратегии по повышению эффективности кадрового документооборота образовательной организации

Попов Д.В., Рязанцева А.А., Ральникова К.В., Цибулина Е.В.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», Москва

Статья посвящена исследованию проблем, связанных с переходом образовательного учреждения на цифровые технологии в рамках кадровой деятельности. Рассматриваются вопросы эффективности управления кадровыми документами в условиях цифровой трансформации, выявляются трудности, такие как дублирование процессов в бумажном и электронном видах, риски несанкционированного изменения данных, низкий уровень цифровой грамотности среди работников. Анализируются пути решения этих проблем, включая повышение квалификации сотрудников и обучение новым технологиям. Особое внимание уделено этапам цифровой трансформации и необходимости формирования цифровой культуры и стратегии повышения эффективности внутри организации.

Введение

В условиях развития цифровой трансформации существует проблема низкой эффективности организации процессов кадрового документооборота, когда организация переходит от традиционных способов хранения документов - в бумажном виде, к более современному - цифровой формат.

Данная проблема выражается в следующем:

1. Дублирование процессов в бумажном и электронном виде:

Несмотря на то, что электронный документооборот (далее – ЭДО) — это неотъемлемая часть современного бизнеса, которая позволяет оптимизировать рабочие процессы, повысить эффективность и улучшить взаимодействие между работниками и клиентами, в ЭДО без дублирования на бумаге нельзя использовать следующие документы:

- трудовые книжки;
- приказы об увольнении;
- акты о несчастных случаях на производстве;
- журналы инструктажей по охране труда.

Работники, которые выбрали бумажный вариант и не подавали заявлений, остались с бумажными книжками. Работодатель фиксирует их деятельность и в электронном, и бумажном виде.

При работе с дистанционными сотрудниками по статье 312.9 ТК РФ приказ об увольнении можно перевести в электронный вид.

Однако некоторые вендоры утверждают, что последние могут быть исключены из этого списка совсем скоро: «на рассмотрении Госдумы находится законопроект, который разрешит работникам заверять прохождение инструктажа электронной подписью». При этом упомянутый законопроект был снят с рассмотрения Государственной Думы в связи с отзывом субъектом права законодательной инициативы.

2. Увеличение риска несанкционированного изменения данных, а также сложности в интеграции различных систем и приложений для кадрового документооборота, что может привести к несогласованности данных и проблемам с их синхронизацией. Переход к электронным системам хранения документов повышает вероятность случайных или преднамеренных ошибок и изменений в информации, что может привести к серьёзным последствиям для организации и её сотрудников.

3. Низкий уровень цифровой грамотности среди пользователей и потребителей создаёт определённые ограничения в доступе к информационным ресурсам и возможностям онлайн-сервисов. Отсутствие доступа к компьютерам у сотрудников административных и учебных отделов также снижает общий уровень охвата и ограничивает возможности для использования современных технологий в профессиональной и образовательной деятельности. [1]

Фактор человеческого воздействия может оказаться как положительный эффект на планируемые изменения, так и негативный. Для того, чтобы процесс развития цифровых технологий и внедрения их в производство принес ожидаемые результаты необходимо повышать цифровую грамотность специалистов путем переквалификации сотрудников с учетом тенденций развития цифровой трансформации, а также путем обучения финансовой грамотности новых кадров в высших учебных заведениях. Тогда повышение уровня цифровой зрелости образовательных организаций - первостепенная задача. При таком подходе образовательная организация является поставщиком высококвалифицированных кадров, обладающих компетенциями цифровой грамотности.

1. Этапы цифровой трансформации

Повышение уровня цифровой трансформации образовательной организации – постепенный и поэтапный процесс. Для того, чтобы организации перейти на новый уровень необходимо определить уровень имеющийся и от него отталкиваться. Цифровая трансформация рассматривается уже не просто как один из возможных вариантов стратегического развития, а выступает как объективная необходимость, изменяющая устоявшиеся правила. Формирование цифровой культуры организации является фундаментом его будущего функционирования и роста.

Основные этапы цифровой трансформации, включая автоматизацию, цифровизацию и конечный результат – полноценную цифровую трансформацию рассмотрены в таб. 1.

Таблица 1. Этапы цифровой трансформации.

№	Этап	Описание
1	Автоматизация	Автоматизация бизнес-процессов предполагает использование комплекса технических средств, математических систем, методов управления, инженерных и информационных технологий, позволяющих полностью или частично перевести ручной труд в машинный, автоматический. Первым шагом на пути цифровой трансформации часто становится автоматизация рутинных бизнес-процессов. Организации внедряют системы автоматизации, чтобы улучшить эффективность, сократить время выполнения задач и снизить риск человеческих ошибок. Автоматизация предоставляет основу для дальнейших цифровых инноваций, освобождая ресурсы и повышая общую производительность.
2	Цифровизация	На этапе цифровизации один или более этапов бизнес-процесса переходят в цифровой формат. Цифровизация состоит в применении информационных систем и технологий для обеспечения эффективного взаимодействия и обмена информацией между разрозненными элементами системы управления, производственными и другими организационными процессами, а также базами и массивами данных на уровне внутренней и внешней среды организации. Цифровизация бизнеса основана на замене физических (аналоговых) систем сбора, обработки, анализа, хранения и передачи данных цифровыми технологиями, способствующими преобразованию организационных принципов работы, формированию новой бизнес-культуры с учетом новых цифровых технологических возможностей. На этапе цифровизации организации стремятся заменить традиционные бумажные и аналоговые процессы на цифровые. Это включает в себя переход к электронным документам, цифровому архивированию, электронным транзакциям и использованию цифровых инструментов для сбора и анализа данных. Цифровизация создает основу для дальнейших инноваций, обеспечивая организацию цифровыми ресурсами и данными.
3	Цифровая трансформация	Цифровая трансформация — это цифровизация на всех этапах бизнес-процесса, где на выходе результат бизнес-процесса в цифровом виде. Этот конечный этап представляет собой более глубокие изменения в бизнес-моделях, стратегиях и культуре организации. Цифровая трансформация не только применяет технологии для оптимизации процессов, но и переосмысливает способы взаимодействия с клиентами, создания ценности и ведения бизнеса в целом. На этом этапе организация становится гибкой и готовой к постоянным изменениям в цифровой среде.

Таким образом, цифровая трансформация — такой подход к управлению бизнес-процессом, где каждый этап бизнес-процесса осуществляется в цифровом формате и на выходе, как итог бизнес-процесса, организация получает результат потребления в цифровом виде, который измеряется в количестве и качестве цифровых сервисов.

2. Цифровые сервисы

Цифровая трансформация предполагает наличие сервисов, но при анализе преимуществ и недостатков цифровой трансформации можно сделать вывод о необходимости баланса между стремлением компании к определенному уровню развития и риском, который увеличивается с ее переходом в цифровую среду.

С целью повышения уровня эффективности кадрового процесса необходимо определить зависимость бизнес-процессов внутри предприятия, таким образом выявить высоко влияющие факторы на низкие показатели взаимодействия.

Для достижения этой цели выявим через карту направлений деятельности организации, бизнес-процессы, влияющие на кадровый процесс (рис. 1).



Рис. 1. Карта направлений деятельности организации

На рисунке представлена организация, в котором бизнес-процессы структурированы по направлениям деятельности. Для каждого процесса предусмотрен специализированный сервис выполнения.

При анализе предприятия возможно определение уровня автоматизации сервисов. Полностью ручной процесс соответствует отсутствию цифровой трансформации, тогда как наличие сервиса и интегрированного решения с автоматизацией и выполнением преобразующих функций с помощью автоматизированных алгоритмов свидетельствует о высоком уровне автоматизации.

Кадровые структуры взаимодействуют со всеми сотрудниками по вопросам увольнения, приема на работу, расчета отработанных дней для выплат, расчета отпускных дней, взаимодействуют с руководителями отделов для подтверждения и согласований, с сотрудниками для подписи документации, а также с финансовым отделом для передачи данных для выплат.

Таким образом, кадровая структура владеет внутренними процессами, а также внешними.

Внутренние процессы, оформленные в сервис, должны предполагать бесшовное взаимодействие и синхронизацию по одному идентификатору, таким образом дублирование данных будет исключено.

Для синхронизации по внешним процессам, необходимо предоставить выделенный доступ внешним структурам к собственному сервису с четким разделением ролевой модели и журналом аудита, или интегрировано передавать данные через шлюз, настроив отправку по изменению события или по дате.

Сервис кадровых процессов не прямо влияет на показатели эффективности предприятия в целом, но в рамках одного процесса отсутствие цифровой трансформации кадрового сервиса, влечет за собой дублирование данных и риски искажения данных.

Таким образом для повышения эффективности необходимо учитывать поэтапный переход на автоматизированные сервисы. [2]

3. Оценка уровня цифровой трансформации организации

В соответствии с имеющимися стратегиями цифровой трансформации организаций в открытом доступе, а также на основе требований Минобрнауки России, авторы систематизируют параметры оценки уровня зрелости цифровой трансформации образовательной организации.

Таблица 2. Параметры оценки уровня зрелости цифровой трансформации образовательной организации.

Направления	Параметры оценки
Система управления	<ul style="list-style-type: none"> - В организации введена должность проректор (директор) по цифровой трансформации - Наличие структурного подразделения, ответственного за ЦТ - Наличие утвержденной программы развития (стратегии развития) - Наличие утвержденной стратегии цифровой трансформации (программы цифрового развития) - Наличие взаимосвязи программы развития (стратегии развития) и стратегии цифровой трансформации (программы цифрового развития) - Наличие проектного офиса - Наличие единой методологии, связанной с организацией проектной деятельности - Наличие KPI по стандартным бизнес-процессам организации - Наличие KPI по цифровым бизнес-процессам организации - Наличие политики мотивации для сотрудников, направленная на обучение и повышение цифровой грамотности

Система ИТ-инфраструктуры	<ul style="list-style-type: none"> - Наличие единого личный кабинет пользователя (работников, студентов и т.д.) - Наличие сервиса создания и контроля исполнения поручений - Наличие сервисной шины данных, обеспечивающей обмен данными между различными электронными сервисами - Наличие внутреннего электронного документооборота - Наличие электронного документооборота с внешними контрагентами - Выделены кадровые и финансовые ресурсы для реализации стратегии ЦТ - Внедрены корпоративные ПО (1С:Документооборот, 1С:Университет ПРОФ, 1С: ITIL, 1С:Библиотека, 1С:БГУ, 1С:ЗКГУ, 1С:Охрана труда, 1С:БЖД, Битрикс24 и т.д.) - Наличие активных каналов в соцсетях для взаимодействия со студентами - Введена политика по организации системы централизованного управления данными
Образование	<ul style="list-style-type: none"> - Возможность создания и ведения документов всех форм в части образовательной деятельности в электронном формате с использованием электронной подписи - Возможность получения документов всех форм в электронном формате с использованием электронной подписи - Сервис формирования и распределения нагрузки - Наличие электронного расписания - Наличие электронного индивидуального расписания у обучающихся - Наличие цифрового портфолио обучающегося (успеваемость, внеучебные достижения, данные о трудоустройстве) - Сервис для автоматизированного назначения стипендий и проведения конкурсов на основе данных портфолио - Наличие системы электронного обучения (LMS-система)
Наука	<ul style="list-style-type: none"> - Интеграция с научными базами, электронная библиотека - Подача заявок на проведение исследований в университете - Документационное сопровождение научных исследований
Управление персоналом	<ul style="list-style-type: none"> - Сервис планирования отпусков - Сервис организации командировок и стажировок - Возможность подачи документов всех форм в электронном формате с использованием электронной подписи - Возможность получения документов всех форм в электронном формате с использованием электронной подписи - Сервис подачи кадровых документов для трудоустройства в электронном формате - Сервис проведения конкурса профессорско-преподавательского состава в электронном формате - Электронное портфолио сотрудника, интегрированное с различными источниками информации, например, научная электронная библиотека
Система управления	<ul style="list-style-type: none"> - В организации введена должность проректор (директор) по цифровой трансформации - Наличие структурного подразделения, ответственного за ЦТ - Наличие утвержденной программы развития (стратегии развития) - Наличие утвержденной стратегии цифровой трансформации (программы цифрового развития) - Наличие взаимосвязи программы развития (стратегии развития) и стратегии цифровой трансформации (программы цифрового развития) - Наличие проектного офиса - Наличие единой методологии, связанной с организацией проектной деятельности - Наличие KPI по стандартным бизнес-процессам организации - Наличие KPI по цифровым бизнес-процессам организации - Наличие политики мотивации для сотрудников, направленная на обучение и повышение цифровой грамотности
Система ИТ-инфраструктуры	<ul style="list-style-type: none"> - Наличие единого личный кабинет пользователя (работников, студентов и т.д.) - Наличие сервиса создания и контроля исполнения поручений - Наличие сервисной шины данных, обеспечивающей обмен данными между различными электронными сервисами - Наличие внутреннего электронного документооборота - Наличие электронного документооборота с внешними контрагентами - Выделены кадровые и финансовые ресурсы для реализации стратегии ЦТ - Внедрены корпоративные ПО (1С:Документооборот, 1С:Университет ПРОФ, 1С: ITIL, 1С:Библиотека, 1С:БГУ, 1С:ЗКГУ, 1С:Охрана труда, 1С:БЖД, Битрикс24 и т.д.) - Наличие активных каналов в соцсетях для взаимодействия со студентами - Введена политика по организации системы централизованного управления данными

Образование	<ul style="list-style-type: none"> - Возможность создания и ведения документов всех форм в части образовательной деятельности в электронном формате с использованием электронной подписи - Возможность получения документов всех форм в электронном формате с использованием электронной подписи - Сервис формирования и распределения нагрузки - Наличие электронного расписания - Наличие электронного индивидуального расписания у обучающихся - Наличие цифрового портфолио обучающегося (успеваемость, внеучебные достижения, данные о трудоустройстве) - Сервис для автоматизированного назначения стипендий и проведения конкурсов на основе данных портфолио - Наличие системы электронного обучения (LMS-система)
Наука	<ul style="list-style-type: none"> - Интеграция с научными базами, электронная библиотека - Подача заявок на проведение исследований в университете - Документационное сопровождение научных исследований

Также параметры оценки уровня зрелости цифровой трансформации образовательной организации представлены графически с помощью интеллект-карты на рис. 2.

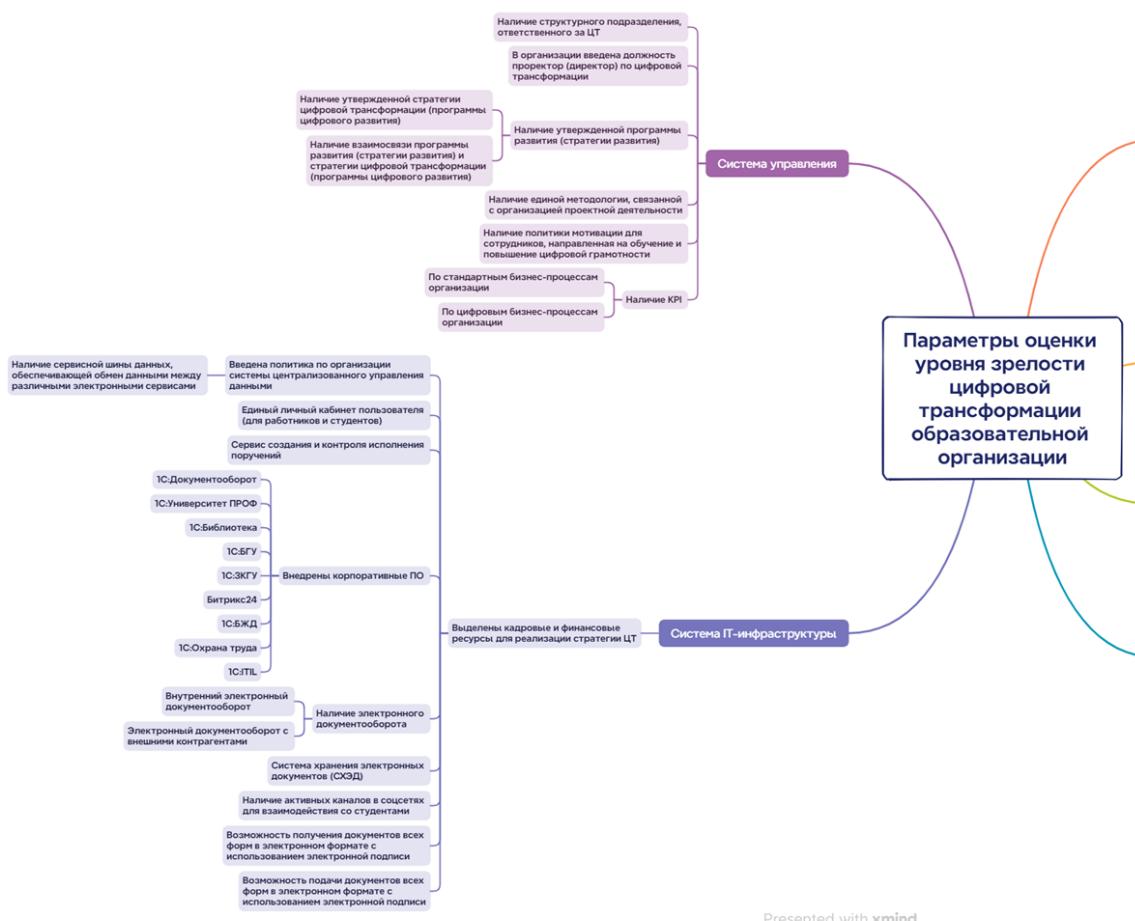


Рис. 2. Параметры оценки зрелости цифровой трансформации образовательной организации



Рис. 3. Параметры оценки зрелости цифровой трансформации образовательной организации. Продолжение

При наложении параметров оценки зрелости цифровой трансформации образовательной организации (см. рис. 1) на этапы развития цифровой трансформации (см. таб. 1), универсальная модель оценки зрелости цифровой трансформации образовательной организации имеет следующий смысл:

Уровень цифровой трансформации выражается в количествах сервисов, обслуживающих бизнес-процессы. Для оценки уровня зрелости цифровой трансформации:

1. Выделяются бизнес-процессы внутри каждого направления (образование, наука, управление персоналом и т.д.).
2. Бизнес-процесс разделяются на этапы, определяется формат протекания каждого этапа (цифровой или нет) и формат конечного результата (цифровой или нет), а также учитывается есть ли в организации соответствующие сервисы управления бизнес-процессом.
3. Определяется на каком этапе (автоматизация, цифровизация или цифровая трансформация) находится бизнес-процесс. Для этого необходимо использовать описание этапов развития цифровой трансформации (см. таб. 1) и рассуждать следующим образом: автоматизация - полностью или частично переведен ручной труд в машинный, автоматический; цифровизация - один или более этапов бизнес-процесса переходят в цифровой формат (применение информационных систем); цифровая трансформация - каждый этап бизнес-процесса осуществляется в цифровом формате и на выходе, как итог бизнес-процесса, организация получает результат потребления в цифровом виде (имеются соответствующие сервисы).
4. После разбора всех бизнес-процессов подводится итог: на каком этапе преимущественно находятся в данный момент бизнес-процессы и соответственно сама организация. [3]

На примере бизнес-процесса «перенос отпуска», относящегося к кадровому процессу представлено применение разработанной модели (рис. 3).

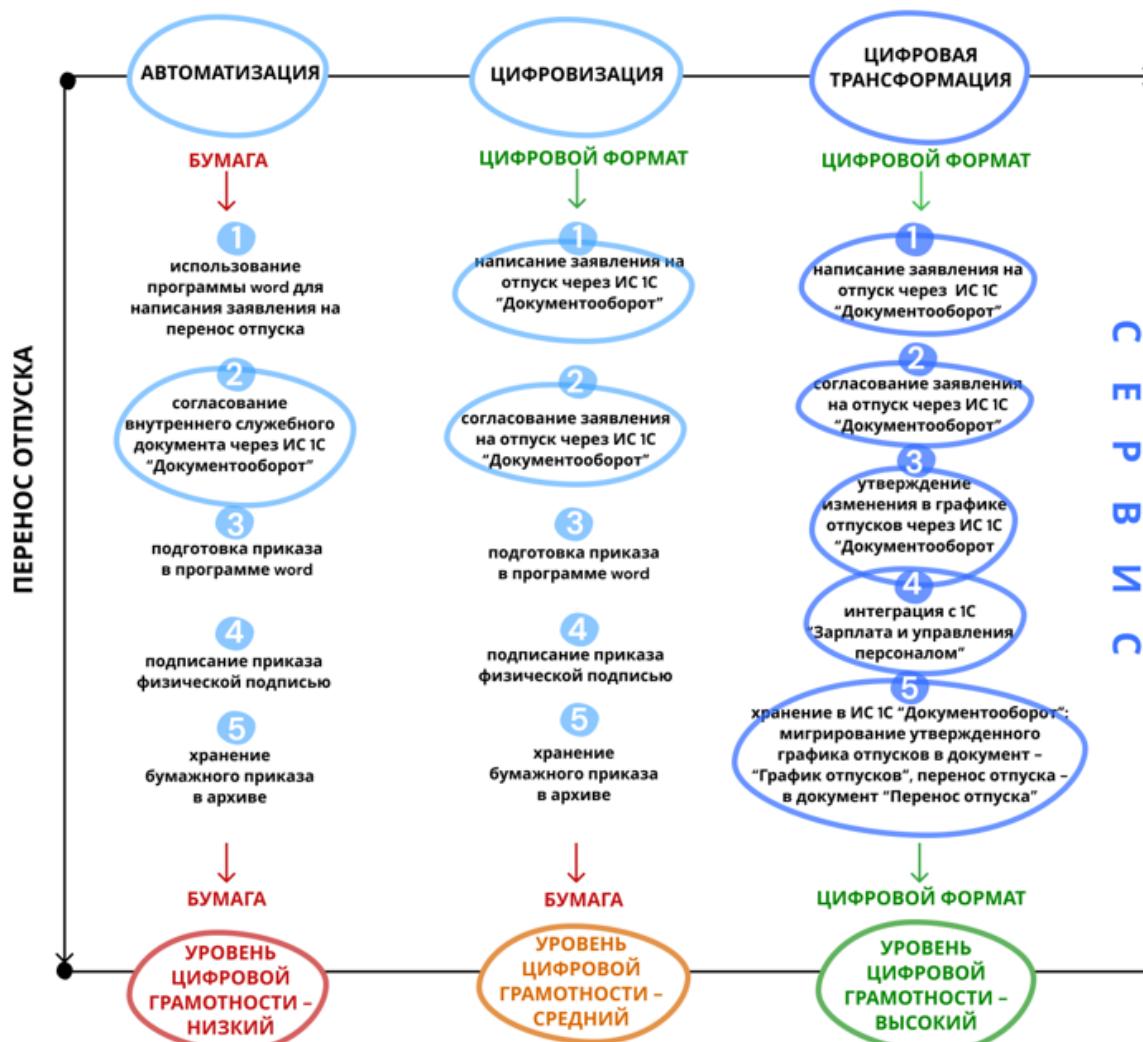


Рис. 4. Оценка уровня зрелости цифровой трансформации образовательной организации на примере бизнес-процессов «согласование отпуска» и «согласование командировок».

4. Оценка уровня цифровой трансформации документа

Сервисы должны покрывать не только основные процессы, связанные с организацией образовательной деятельности, но и вспомогательные, в том числе процессы документооборота. Перед внедрением системы электронного документооборота существует необходимость определения общих требований к организации работы с документами в электронной форме и проработке бизнес-процессов предприятия.

Сама цифровая трансформация организации представляет собой непрерывное улучшение существующих и привычных решений, поэтому при осуществлении цифровой трансформации бизнеса важно применение системного подхода, так как хаотичное внедрение новых технологий может не только не принести желаемого эффекта, но и, напротив, отрицательно сказаться на деятельности организации. В связи с этим процессы организации, подлежащие цифровой трансформации, необходимо взвешенно оценивать с точки зрения целесообразности и дальнейших рисков как для организации, так и для конечных потребителей цифровой трансформации. В настоящее время достаточно затруднительно определить этап цифровой трансформации и какую стратегию организации следует определить.

Для того чтобы определится с требованиями, заложенными в процесс трансформации организации разработан Классификатор цифровой трансформации на основе управленческой документации.

На основании двух критерииев – цифровой трансформации и ЖЦД – и двух показателей – расход потребления бумаги, влияющей на эффективность, и уровень удовлетворенности, влияющий на результативность, – предлагается модель, представленная на рисунке 4.

С ее помощью появляется возможность определения текущего состояния организации и разработки стратегии по цифровой трансформации, исходя из задач и имеющихся в организации ресурсов.

Модель представляет собой соотношение уровня цифровой трансформации предприятия в зависимости от уровня ЖЦД с определением доли неудовлетворенности потребителей и участников результатами цифровых услуг с уровнем расхода бумаги.

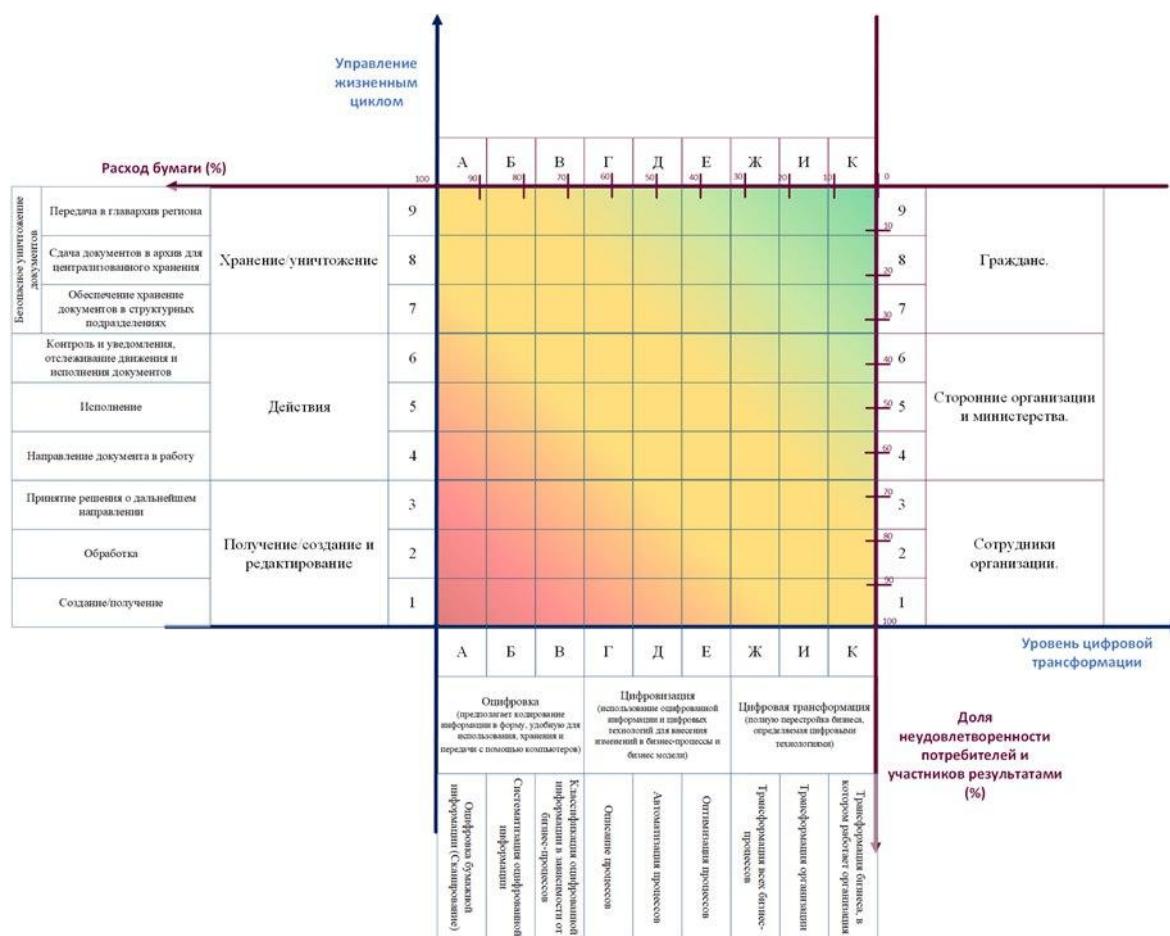


Рис. 5. Модель классификатора оценки уровня цифровой трансформации организации на основе управленческой документации, регулируемой законодательством РФ.

Данная модель является полезной для оценки уровня цифровой трансформации организации на основе документа. Она позволяет оценить уровень цифровой готовности предприятия, его способность к использованию цифровых технологий и принять решение о дальнейших действиях организации с целью повышения уровня качества работы и предоставляемых услуг. Применение данной модели позволит не только определить текущий уровень цифровой трансформации организации, но и разработать стратегию по повышению уровня цифровой трансформации, исходя из поставленных задач и имеющихся ресурсов. Кроме того, представленная модель поможет предприятиям установить приоритеты цифровой трансформации управленческой деятельности и использовать их для планирования цифровых инициатив.

Модель позволяет оценить уровень цифровой готовности организации и является инструментом определения уровня цифровой трансформации организации для обеспечения устойчивого роста, а также может помочь в выстраивании стратегии в соответствии с вектором движения цифровой трансформации.

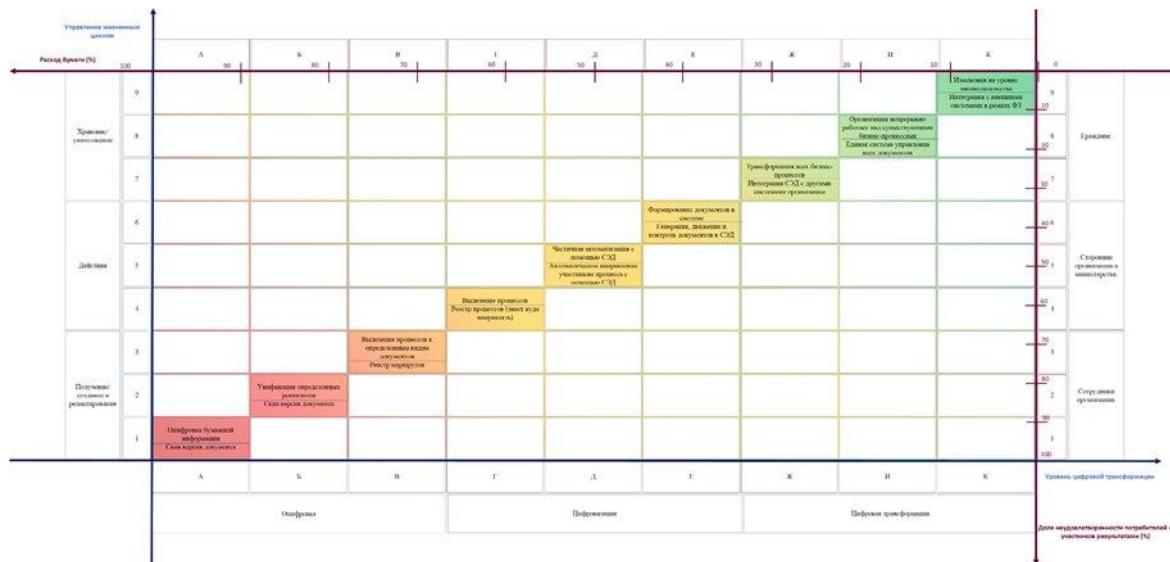


Рис. 6. Вектор движения цифровой трансформации

Данная модель поможет ответить на вопросы готова ли организация переходить к улучшению процессов и с чего ей стоит начать. Преимущество данной модели по сравнению к аналоговым является ее адаптированность к разным типам и видам бизнеса и соответствие законодательству Российской Федерации. Особенностью данной модели является то, что одним из критериев выбран ЖЦД, каждый этап которого не только должен соответствовать законодательству Российской Федерации, но и иметь возможность оцениваться со стороны потребителями услуг. [4]

Выходы

Цифровая трансформация кадрового документооборота является одним из ключевым элементом повышения эффективности управления персоналом в современных организациях. Однако переход от традиционных бумажных процессов к цифровым форматам сопровождается рядом проблем, включая дублирование документов, низкую цифровую грамотность сотрудников и сложности интеграции информационных систем.

В статье рассмотрены этапы цифровой трансформации (автоматизация, цифровизация, полная цифровая трансформация), а также предложена модель оценки уровня зрелости цифровой трансформации на основе анализа бизнес-процессов и управленческой документации. Особое внимание удалено кадровым процессам, таким как оформление отпусков, командировок и увольнений, где дублирование бумажных и электронных документов снижает эффективность.

На основе чего определено, что для успешного внедрения цифровых решений необходимо:

1. Уметь определять уровень цифровой зрелости организации и от него отталкиваться при выборе вектора развития.
2. Развивать цифровую инфраструктуру – внедрять специализированные сервисы (ЭДО, LMS, CRM), обеспечивать их интеграцию и безопасность.
3. Повышать цифровую грамотность сотрудников через обучение и мотивационные программы.
4. Оптимизировать нормативно-правовую базу, устраняя законодательные барьеры для полного перехода на электронный документооборот.

Цифровая трансформация – это не единовременный проект, а непрерывный процесс, требующий системного подхода и адаптации к изменениям. Реализация предложенных мер позволит организациям минимизировать риски, повысить эффективность кадровых процессов и обеспечить устойчивое развитие в условиях цифровой экономики.

Литература

- Попов Д.В., Ральникова К.В. Повышение уровня цифровой зрелости образовательной организации // Управление и инновационное развитие предприятия: новые подходы и актуальные исследования - УИРП. - М.: Сборник материалов международной научно-практической конференции, 2024. - С. 444-453.
- Цибулина Е.В., Попов Д.В. Разработка модели уровня цифровой трансформации на основе рисков, связанных с безопасностью организации // Экономика: вчера, сегодня, завтра. - 2024. - №4-1. - С. 732-738.
- Рязанцева А.А., Попов Д.В. Разработка модели оценки уровня зрелости цифровой трансформации образовательной организации // Управление и инновационное развитие предприятия:

новые подходы и актуальные исследования - УИРП. - М.: Сборник материалов международной научно-практической конференции, 2024. - С. 464-472.

4. Попов Д.В., Ральникова К.В., Кутикова С.П. Оценка уровня цифровой трансформации организации на основе управленческой документации // Цифровая экономика. - 2023. - №3 (24). - С. 65-75.

References in Cyrillics

1. Popov D.V., Ralnikova K.V. Increasing the level of digital maturity of an educational organization // Management and innovative development of an enterprise: new approaches and relevant research - UIRP. - M.: Collection of materials of the international scientific and practical conference, 2024. - pp. 444-453.
2. Tsypulina E.V., Popov D.B. Developing a model for the level of digital transformation based on the risks associated with the organization's security // Economics: yesterday, today, tomorrow. - 2024. - No. 4-1. - pp. 732-738.
3. Ryazantseva A.A., Popov D.V. Development of a model for assessing the maturity level of digital transformation of an educational organization // Management and innovative development of an enterprise: new approaches and relevant research - UIRP. - M.: Collection of materials of the international scientific and practical conference, 2024. - pp. 464-472.
4. Popov D.V., Ralnikova K.V., Kutikova S.P. Assessment of the level of digital transformation of an organization based on management documentation // Digital Economy. - 2023. - №3 (24). - Pp. 65-75.

Ключевые слова:

Цифровая трансформация, электронный документооборот (ЭДО), кадровые процессы, автоматизация бизнес-процессов, цифровая грамотность, оценка цифровой зрелости, управление персоналом, интеграция информационных систем, цифровые сервисы.

*Попов Дмитрий Владимирович, к.э.н., доцент
ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН» (d.popov@stankin.ru)*

*Рязанцева Анна Андреевна, магистр
ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», Москва (a.ryazantseva@stankin.ru)
Ральникова Катрина Владиславовна, аспирант
ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», Москва (k.ralnikova@stankin.ru)
Цибулина Екатерина Владимировна, аспирант
ФГАОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН», Москва (katsibulina@gmail.com)*

Dmitry Popov, Anna Ryazantseva, Katrina Ralnikova, Ekaterina Tsypulina. Development of a strategy to improve the effectiveness of the personnel document management of an educational organization.

Keywords

Digital transformation, electronic document management (EDM), HR processes, business process automation, digital literacy, digital maturity assessment, human resources management, information systems integration, digital services

DOI: 10.34706/DE-2025-05-03

JEL classification M15 Деловое администрирование: управление информационными технологиями

Abstract

The article is devoted to the study of the problems associated with the transition of an educational institution to digital technologies in the framework of personnel activities. The issues of effective management of personnel documents in the context of digital transformation are considered, difficulties such as duplication of processes in paper and electronic forms, risks of unauthorized data modification, and a low level of digital literacy among employees are identified. The ways to solve these problems are analyzed, including staff development and training in new technologies. Special attention is paid to the stages of digital transformation and the need to form a digital culture and strategy to increase efficiency within the organization.

УДК 004.94:005.7

1.4. Формонезависимое моделирование поверхности подразумеваемой волатильности на основе гауссовых смесей

Садуанов Батырхан, Араатян Севак, Меркулов Вадим
Freedom Broker, г. Алматы, Казахстан

В работе представлена новая методика моделирования поверхности подразумеваемой волатильности, основанная на комбинации гауссовых смесей (Gaussian Mixture Models, GMM) и гауссовой регрессии смесей (Gaussian Mixture Regression). В отличие от традиционных методов, предполагающих фиксированную функциональную форму поверхности волатильности, предлагаемый фреймворк является формонезависимым (*shape-agnostic*) и способен гибко описывать сложную динамику волатильности для различных классов активов, включая широкий спектр форм улыбок — от классических U-образных до много-модальных W-образных и других, встречающихся в реальной торговой практике. Используя вероятностную выразительность GMM и прогностическую мощь регрессии, метод достигает точности, сопоставимой с моделями глубокого обучения, при этом превосходя их по вычислительной эффективности, не требуя обучения. Эмпирические эксперименты показывают, что предложенный подход превосходит существующие параметрические модели по гибкости и устойчивости, обеспечивая при этом точность, аналогичную нейросетевым решениям, но с заметно меньшими вычислительными затратами. Благодаря своей лёгкости, масштабируемости и интерпретируемости метод особенно подходит для высокочастотных финансовых приложений, предоставляя исследователям и практикам надежный инструмент для моделирования волатильности и управления рисками.

Введение

Поверхность подразумеваемой волатильности (IV-surface) является фундаментальным инструментом в количественных финансовых системах: она позволяет унифицировать котировки опционов с разными страйками и сроками, оценивать переоценки или недооценки, строить индексы IV и проводить управление рисками. Как подчеркивается в литературе, поверхность подразумеваемой волатильности представляет собой базовый элемент вычислительных финансов, лежащий в основе большинства моделей оценки и управления рисками [1]. Однако значение IV-поверхности выходит далеко за рамки лишь количественных систем. Она также играет существенную роль в фундаментальном анализе, поскольку отражает совокупные ожидания рынка относительно будущей неопределенности и риска. Например, форма и динамика IV-поверхности содержат информацию о сохраняющейся или нарастающей волатильности, что может быть связано с корпоративными событиями, изменениями дивидендной политики, технологическими шоками, макроэкономическими изменениями и другими событиями фундаментального или количественного характера [2]. В этом смысле IV-поверхность выступает не просто инструментом ценообразования, но и индикатором рыночных восприятий и ожиданий: она может быть использована при оценке фундаментальной стоимости компании, формировании премий за риск, а также отслеживании настроений инвесторов и потенциальной реакции рынка. Например, исследование показывает, что вытянутые кривые IV по срокам и страйкам отражают информацию о будущих доходностях акций и ожиданиях рынка [3]. Таким образом, интеграция IV-поверхности в анализ — как количественный, так и фундаментальный — позволяет получить более полное понимание рыночной динамики: не только с точки зрения распределения вероятностей будущей волатильности, но и с точки зрения сигналов, которые рынок посылает о рисках, неопределенности и изменениях условий.

Для практических приложений важно не просто смоделировать поверхность подразумеваемой волатильности, но сделать это быстро, точно и без арбитражных нарушений, поскольку даже небольшие искажения в реальном времени могут вести к серьезным последствиям. В условиях краткосрочного/среднесрочного хеджирования, высокочастотной/внутридневной торговли задержки и шумы в модели могут привести к следующим нежелательным эффектам:

- ошибочной оценке риска — из-за неточной поверхности волатильности могут быть неправильно рассчитаны грек-параметры (дельта, вега, гамма) и, следовательно, хедж-позиции окажутся неадекватными;
- неэффективному распределению капитала — торговые или хеджевые решения могут базироваться на неверной оценке подразумеваемой волатильности, что ведет к избыточной или недостаточной экспозиции;
- арбитражным потерям или усилинию систематического шума — модель с плохо сглаженной поверхностью может выдавать нелогичные точки (например, нарушение условий арбитража), что создаёт риск эксплуатации или потерь;

- искажению индексов волатильности и последующему ухудшению качества стратегий риск-менеджмента — если IV-показатели построены на шумной поверхности, то стресс-тесты, сценарное моделирование и расчёты хвостовых рисков становятся менее надежными.

Множество исследований подчеркивают важность скорости, точности и отсутствия арбитражного моделирования IV-поверхностей. Так, в работе «High-frequency dynamics of the implied volatility surface» автор указывает, что условия отсутствия арбитража (*no-arbitrage*) могут быть выражены через параметры модели, и уделяет внимание высокочастотной динамике IV-поверхности [4]. Другая работа «A Two-Step Framework for Arbitrage-Free Prediction of the Implied Volatility Surface» рассматривает задачу предсказания поверхности с учётом предотвращения арбитража и подчёркивает, что конструкция поверхности должна быть как гибкой, так и работоспособной для приложения в реальном времени [5]. В исследовании «The latency accuracy trade-off and optimization in implied volatility modelling» отмечает, что в таких системах существует явный компромисс между скоростью (латентностью) и точностью: чем выше скорость (меньше задержка), тем выше риск потери точности, что критично для количественного трейдинга [6]. Наконец, в статье «Imposing No-Arbitrage Conditions In Implied Volatility Surfaces Using Constrained Smoothing Splines» подробно анализируются техники обеспечения арбитраж-свободы при сглаживании поверхностей подразумеваемой волатильности, что важно для корректной работы риск-моделей [7].

Во всех этих работах видно: модель поверхности подразумеваемой волатильности должна удовлетворять четырем ключевым требованиям:

1. высокая точность — чтобы адекватно отражать динамику рынка и позволять корректно выявлять переоценки/недооценки;
2. минимальная задержка — чтобы интегрироваться в системы реального времени или высокочастотную торговлю;
3. гибкость по форме — чтобы адаптироваться к различным рынкам, страйкам, срокам, ликвидности;
4. отсутствие арбитражных нарушений — чтобы поверхность была экономически корректной и не содержала нелогичных точек.

Существующие подходы и их ограничения

Классические параметрические подходы, прежде всего SVI и SABR, закрепились в практике из-за простоты, скорости и удобства калибровки. SVI задаёт улыбку для фиксированного срока экспирации в виде компактной параметризации с контролируемой асимптотикой по лог-страйку; в ряде работ показано, как накладывать условия отсутствия статического арбитража, чтобы получить экономически согласованные поверхности. Однако при всех достоинствах SVI остаётся жёстко заданной функциональной формой, что ограничивает ее способность описывать сложные и многомодальные профили рынка [8]. SABR, в свою очередь, дает стохастическую динамику волатильности и обеспечивает удобные асимптотические формулы для implied volatility, широко используемые на практике. Тем не менее точность асимптотик и арбитраж-свобода требуют осторожности (особенно в крыльях и при экстремальных страйках), а расширения, устраниющие арбитражные аномалии, усложняют численные процедуры и повышают вычислительную стоимость [9]. Непараметрические и полупараметрические методы сглаживания призваны повысить гибкость по форме. Важное направление — арбитраж-свободное сглаживание сплайнами: накладываются ограничения монотонности/выпуклости, совместимые с ценовыми неравенствами и условиями отсутствия арбитража. Эти методы сравнительно просты и быстры, но чувствительны к конфигурации данных и всё равно вводят структурные ограничения через класс сглаживающих функций [10]. Отдельный класс — многостадийные (*multistage*) или двухшаговые фреймворки. Типичный дизайн: на первом шаге извлекают компактное представление поверхности (факторы/признаки), на втором — восстанавливают полную поверхность с явным контролем арбитража. Такие подходы улучшают стабильность и совместимость с динамикой во времени, но опираются на относительно тяжёлые модели восстановления (включая глубокие сети) и сложные пайплайны [5]. С развитием машинного обучения получили распространение модели на нейросетях, в том числе с мягким или жёстким учётом no-arbitrage ограничений, а также генеративные модели (VAE/GAN/диффузионные) для имитации или до-заполнения поверхностей. Они способны подстраиваться под сложную геометрию IV-surface и часто дают высокую точность, но требуют существенных вычислительных ресурсов, длительного обучения, тонкой настройки и операционного сопровождения — что затрудняет применение в средах с ограничениями по латентности [11]. Ключевой практический вызов обостряется на коротких сроках до экспирации. Теория и эмпирика показывают, что близко к экспирации поведение улыбки резко зависит от структуры прыжков и свойств процесса цены; возникают характерные «взрывы»/крутые крылья, которые плохо поддаются жёстким параметризациям и требуют повышенной гибкости и аккуратной регуляризации [12]. Дополнительные сложности возникают вокруг корпоративных и макроэкономических событий. Перед отчетами по прибыли, заседаниями ФРС и другими релизами неопределённость увеличивается, а после — резко переоценивается; соответствующие деформации IV-поверхности документированы в академической литературе для акций и процентных ставок. Влияние проявляется как в уровнях IV, так и в форме улыбки/поверхности, усиливая требования к модели: она должна быть одновременно гибкой (по форме),

устойчивой (к шуму и пропускам данных) и операционно быстрой [13]. Таким образом, в текущем состоянии литературы наблюдается устойчивый компромисс: быстрые и простые схемы (SVI, SABR, сплайны) удобны и распространены, но накладывают сильные предпосылки на геометрию поверхности; более гибкие и точные ML/генеративные подходы уменьшают структурные ошибки, зато усложняют калибровку и повышают требования к вычислениям и поддержке, что особенно критично в эпоху высокочастотной торговли и алгоритмических систем с жесткими SLA по задержкам [8]. Наконец, даже обзорные работы подчеркивают, что выбор параметризации/функционала калибровки и численной процедуры напрямую влияет на устойчивость и арбитраж-свободу результирующей поверхности; а при скучных/шумных данных проблема усложняется еще сильнее. Это особенно заметно на коротких экспирациях, где «локальная» геометрия поверхности сильно меняется во времени, и вокруг событий, когда данные частичны и быстро устаревают [14].

Форма улыбки (или поверхности) подразумеваемой волатильности претерпела значительную эволюцию: если еще десятилетие-два назад доминировали сравнительно простые «U-образные» кривые (где implied volatility по мере удаления страйка от at-the-money возрастает), то сегодня на рынках можно наблюдать гораздо более сложные структуры — «W-образные», «S-образные», линейные участки, экспоненциальные хвосты, а при сильных событиях даже «многогорбые» формы или вовсе отсутствие улыбки. Так, исследование Алекссиу и др. фиксирует, что перед объявлениями прибыли у опционов с короткими сроками нередко возникают обратные (concave) кривые-формы, включая S- или W-виды, что резко отличается от привычной выпуклой улыбки [15]. Дополнительно, в теоретических и эмпирических исследованиях показано, что форма кривой подразумеваемой волатильности может принимать широкий спектр конфигураций — от классических U-образных до W-образных и осциллирующих структур с несколькими минимумами и максимумами. Такие многоэкстремальные профили возникают в зависимости от параметров распределения доходностей и структуры рыночных ожиданий, отражая многорежимность поведения волатильности и неоднородность потоков риска на рынке [16]. В частности, при очень коротком сроке до экспирации или перед корпоративным/макрособытием, когда риск наступления крупного прыжка или изменения режима существенно возрастает, распределение риска становится многомодальным, что провоцирует «двугорбые» или даже «трехгорбые» улыбки [17]. Также важно отметить, что классические асимптотические исследования показывают, что при подходе к нулевому времени до экспирации или крайним страйкам распределение может демонстрировать гораздо более резкие изменения формы, чем простая квадратичная зависимость лог-страйка [18]. Таким образом, современная эмпирика и теория свидетельствуют о том, что модели, предусматривающие лишь U-образную или линейную форму улыбки, значительно уступают в адекватности реальной динамике рынка — требуется гораздо большая гибкость, чтобы корректно отражать, например, нелинейности, асимметрии, мультигорбость, эффекты ликвидности и режимов ожидания событий.

Методология

В данной работе мы предлагаем метод — на основе гауссовых смесей (GMM) в сочетании с регрессией — который удовлетворяет всем требованиям, упомянутым в предыдущих разделах: он является *shape-agnostic* (не накладывает жесткой формы), показывает точность, сравнимую с глубокими нейросетями, но выигрывает по скорости и ресурсным затратам. Эмпирические тесты показывают, что предложенный метод превосходит традиционные параметрические модели с точки зрения гибкости и аналогичен результатам сложных моделей в плане точности, при более легкой реализации и меньших вычислительных требованиях.

Bjerksund-Stensland Model: исходная подразумеваемая волатильность

На первом этапе собирается рыночная информация: премии опционов (call/put) для различных страйков K и сроков до экспирации τ . Для каждого опциона, особенно американского стиля (с учетом дивидендной доходности и возможности раннего исполнения), применяется аппроксимационная модель Bjerksund–Stensland, обеспечивающая аналитическую скорость при высокой точности. Этот метод даёт теоретическую цену опциона $C_{model}(\sigma)$ как функцию волатильности σ . Затем решается обратная задача: нахождение такой волатильности σ_{raw} , при которой модельная цена совпадает с рыночной,

$$C_{model}(\sigma_{raw}) \approx C_{mkt}.$$

В результате для каждой пары (K_i, τ_i) вычисляется значение $\sigma_{raw,i}$, формируя множество точек $\{(K_i, \tau_i) \rightarrow \sigma_{raw,i}\}$.

Для американского опциона с дивидендами теоретическая цена по Bjerksund–Stensland (2002) выражается аналитически:

$$C_{BS}(S_0, K, \tau, \sigma) = \Phi(S_0, b(\tau), \beta_1, B_0) - \Phi(S_0, b(\tau), \beta_2, B_0) + A_1 S_0^{\beta_1} - A_2 K^{\beta_2},$$

где

$$\beta_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{r - q}{\sigma^2} \pm \sqrt{\left(\frac{q - r}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}},$$

а коэффициенты A_1, A_2 и граница раннего исполнения $b(t)$ задаются как

$$A_1 = \frac{b(T)^{1-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2} \left(\frac{\beta_2 - 1}{r - q + \frac{1}{2}\sigma^2\beta_2} \right), \quad A_2 = \frac{b(T)^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2} \left(\frac{\beta_1 - 1}{r - q + \frac{1}{2}\sigma^2\beta_1} \right),$$

$$b(t) = B_0 + (B_\infty - B_0)(1 - e^{-\gamma(T-t)}), \quad B_\infty = \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} K, \quad B_0 = \max\left(K, \frac{r}{q}K\right), \quad \gamma = -\frac{2r}{\sigma^2\beta_2(\beta_2 - 1)}.$$

Для извлечения σ_{raw} решается нелинейное уравнение

$$f(\sigma) = C_{BS}(S_0, K, \tau, \sigma) - C_{mkt}(K, \tau) = 0,$$

с помощью итерационного метода Ньютона–Рафсона,

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n - \frac{C_{BS}(S_0, K, \tau, \sigma_n) - C_{mkt}(K, \tau)}{\frac{\partial C_{BS}}{\partial \sigma}(S_0, K, \tau, \sigma_n)}, \quad \frac{\partial C_{BS}}{\partial \sigma} \approx \frac{C_{BS}(\sigma + \Delta\sigma) - C_{BS}(\sigma - \Delta\sigma)}{2\Delta\sigma}.$$

Чтобы существенно ускорить процесс, нами предложен итеративный способ расчёта, который использует корреляцию соседних страйков и экспираций. Расчёт начинается с точки at-the-money (ATM), где волатильность наиболее устойчива и легко определяется. Далее итерации распространяются влево и вправо по страйкам:

$$\sigma_0(K_{i+1}, \tau_j) = \sigma_{raw}(K_i, \tau_j), \quad \sigma_0(K_{i-1}, \tau_j) = \sigma_{raw}(K_i, \tau_j),$$

а для соседних экспираций выполняется перекрёстная инициализация:

$$\sigma_{ATM}(\tau_{j+1}) \leftarrow \sigma_{ATM}(\tau_j).$$

Такой способ учитывает гладкость поверхности волатильности и уменьшает количество итераций до 2–3, даже для «плохих» стартовых значений, обеспечивая устойчивую сходимость без расходжений.

Эта схема демонстрирует особую эффективность на больших выборках и при потоковой обработке данных: все точки (K_i, τ_i) обрабатываются последовательно, но при этом каждая итерация использует локальную память предыдущих вычислений, что делает процесс линейным по времени и естественно параллелизуемым.

Благодаря такой оптимизации и использованию аналитической формы Bjerksund–Stensland вместо полного решения PDE, достигается высокая точность и минимальные временные затраты. Полученные значения σ_{raw} формируют плотную и устойчивую сетку исходной IV, служащую надёжной базой для дальнейшей калибровки поверхности в GMM/GMR-модели. Этот подход особенно эффективен для высокочастотных систем и больших наборов данных, где прямое численное решение для каждой точки по отдельности потребовало бы избыточных вычислений.

Gaussian Mixture Models and Regression: калибровка поверхности подразумеваемой волатильности

После получения исходных точек подразумеваемой волатильности формируется обучающая выборка

$$D = \{(K_i, \tau_i, \sigma_i^{raw})\}_{i=1}^N$$

где K — страйк, τ — время до экспирации, σ^{raw} — исходная волатильность.

На этом наборе обучается Gaussian Mixture Model (GMM) с числом компонент $M \approx 15$. Каждая компонента описывает локальную область поверхности, а вся смесь аппроксимирует вероятностную структуру распределения точек (K, τ, σ^{raw}) . Исследования показывают, что гауссовые смеси высокой размерности способны гибко описывать сложные формы улыбок и поверхностей, включая асимметричные, многоядерные и осциллирующие зависимости [16].

Совместная плотность смеси записывается как

$$p(K, \tau, \sigma) = \sum_{m=1}^M \pi_m N([K, \tau, \sigma]^\top | \mu_m, \Sigma_m),$$

где π_m — вес компоненты под индексом $m \Rightarrow (\sum_m \pi_m = 1)$, μ_m — вектор средних, Σ_m — ковариационная матрица.

После обучения GMM применяется Gaussian Mixture Regression (GMR), позволяющая получить условное распределение волатильности при фиксированных (K, τ) . Для каждой компоненты m ковариационная структура разбивается на блоки:

$$\Sigma_m = \begin{bmatrix} \Sigma_m^{uu} & \Sigma_m^{u\sigma} \\ \Sigma_m^{\sigma u} & \Sigma_m^{\sigma\sigma} \end{bmatrix}, \quad \mu_m = \begin{bmatrix} \mu_m^u \\ \mu_m^\sigma \end{bmatrix}, \quad u = [K, \tau]^\top$$

Тогда условное распределение $\sigma | u$ выражается как смесь нормальных распределений

$$p(\sigma | u) = \sum_{m=1}^M h_m(u) N(\sigma | \mu_{m|u}(u), \Sigma_{m|u}),$$

где апостериорные веса

$$h_m(u) = \frac{\pi_m N(u | \mu_m^u, \Sigma_m^{uu})}{\sum_{\ell=1}^M \pi_\ell N(u | \mu_\ell^u, \Sigma_\ell^{uu})},$$

Условные параметры каждой компоненты определяются как

$$\mu_{m|u}(u) = \mu_m^\sigma + \Sigma_m^{\sigma u} (\Sigma_m^{uu})^{-1} (u - \mu_m^u),$$

$$\Sigma_{m|u} = \Sigma_m^{\sigma\sigma} - \Sigma_m^{\sigma u} (\Sigma_m^{uu})^{-1} \Sigma_m^{u\sigma}$$

Из этого распределения вычисляется условное математическое ожидание и дисперсия подразумеваемой волатильности:

$$\sigma_{calib}(K, \tau) = E[\sigma | K, \tau] = \sum_{m=1}^M h_m([K, \tau]^T) \mu_{m|u}([K, \tau]^T),$$

$$Var_{calib}(K, \tau) = \sum_{m=1}^M h_m([K, \tau]^T) (\Sigma_{m|u} + \mu_{m|u}([K, \tau]^T)^2) - (\sigma_{calib}(K, \tau))^2$$

Экспериментальные результаты

Для эмпирической оценки эффективности предложенного метода проведен ряд экспериментов на исторических данных опционов пяти инструментов из разных секторов экономики — AAPL (технологический сектор), KO (потребительский сектор), JPM (финансовый сектор), XLB (промышленный/сырьевой сектор) и BKNG (транспортно-сервисный сектор). Выбор этих активов обусловлен их разной ликвидностью, уровнем волатильности и характером движения базового актива, что позволяет проверить устойчивость и универсальность предложенного подхода на гетерогенных рыночных данных.

Для каждого актива использовались рыночные котировки опционов со всеми доступными страйками и сроками экспирации от 1 дня до 2-х лет, что охватывает как краткосрочные, так и среднесрочные горизонты. На основе этих данных рассчитывались исходные значения подразумеваемой волатильности σ_{raw} с использованием модели Bjerksund–Stensland, после чего выполнялась кластеризация GMM.

Методика эксперимента

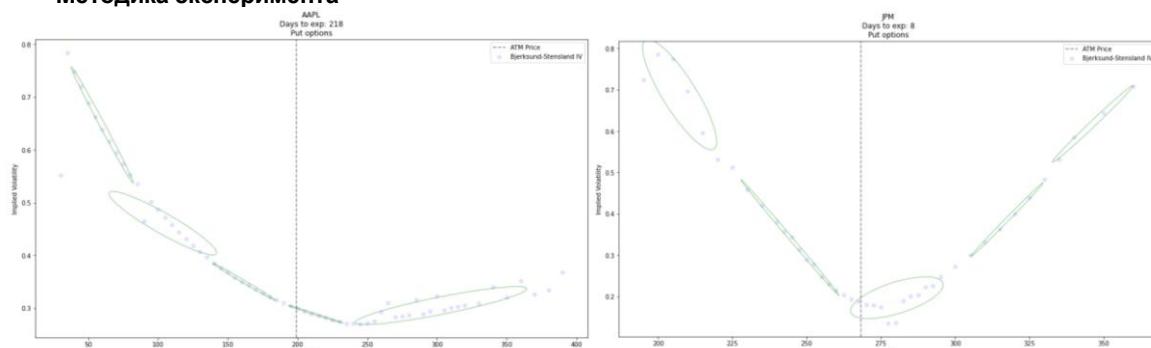


Рисунок 1: Кластеризация наблюдаемых значений подразумеваемой волатильности одной экспирации алгоритмом Gaussian Mixture Models (GMM) для AAPL (218 дней до экспирации) и JPM (8 дней до экспирации)

Далее выполняется калибровка поверхности методом Gaussian Mixture Regression (GMR) с вычислением дисперсии регрессии. Анализ распределения этой дисперсии позволяет выявлять области повышенной неопределенности по страйку и сроку до экспирации — именно там, где наблюдаются наиболее активные рыночные изменения. В перспективе эти зоны можно дополнительно сопоставлять с распределением открытых интересов (open interest) для уточнения локальных центров рыночной активности и подтверждения направлений движения.

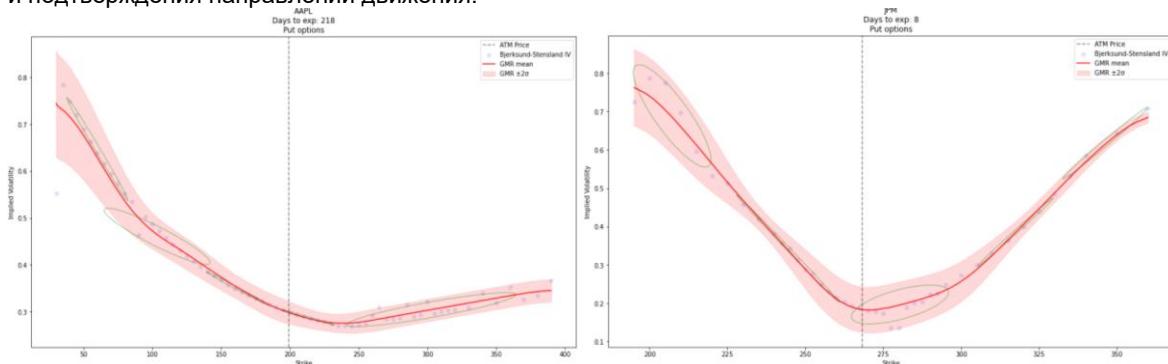


Рисунок 2: Гауссовая регрессия наблюдаемой волатильности на обученной GMM модели для AAPL (218 дней до экспирации) и JPM (8 дней до экспирации). Показаны средняя линия и зона 2-х стандартных отклонений регрессии.

В трёхмерной постановке моделирования подразумеваемая волатильность σ_{calib} рассматривается как функция двух независимых переменных — страйка K и времени до экспирации τ :

$$\sigma_{calib} = f(K, \tau).$$

После получения исходных точек $(K_i, \tau_i, \sigma_{raw,i})$, обученная смесь Гауссов (GMM) описывает их вероятностное распределение в трёхмерном пространстве (K, τ, σ) .

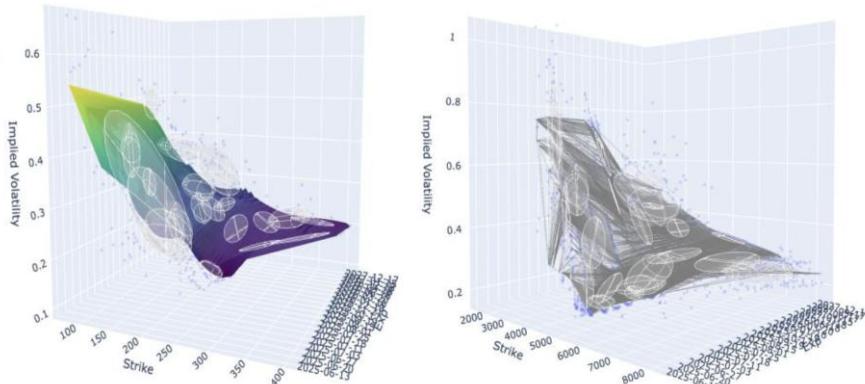


Рисунок 3: Гауссовая поверхность подразумеваемой волатильности и гауссова смеси для JPM Call опционов и BKNG Put опционов на 12 июня 2025.

Далее с помощью Gaussian Mixture Regression (GMR) вычисляется условное распределение $\sigma|K, \tau$. Для каждой пары (K, τ) берётся математическое ожидание этого распределения:

$$\sigma_{calib}(K, \tau) = E[\sigma | K, \tau].$$

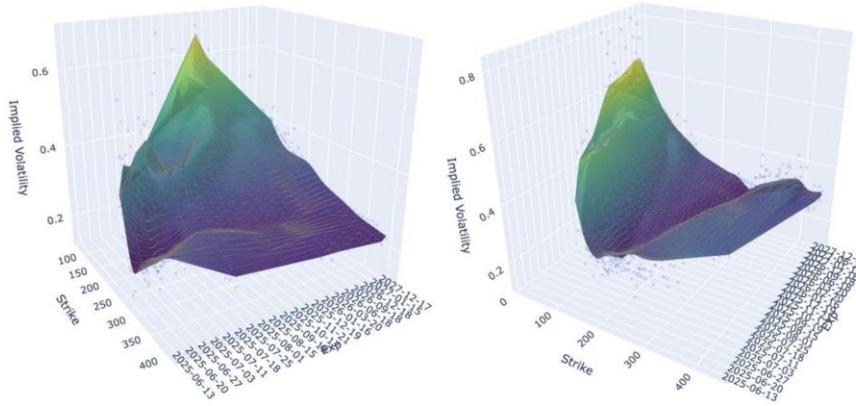


Рисунок 4: Поверхность подразумеваемой волатильности (Implied Volatility Surface) JPM и AAPL Put опционов на 12 июня 2025

Это создаёт непрерывную трёхмерную поверхность implied volatility, где оси K и τ независимы, а по вертикали отображается прогнозная волатильность. Визуально она выглядит как плавная поверхность без разрывов и «ступеней» между сроками — не набор отдельных улыбок, а единая функция, обеспечивающая согласованность во времени и по страйку.

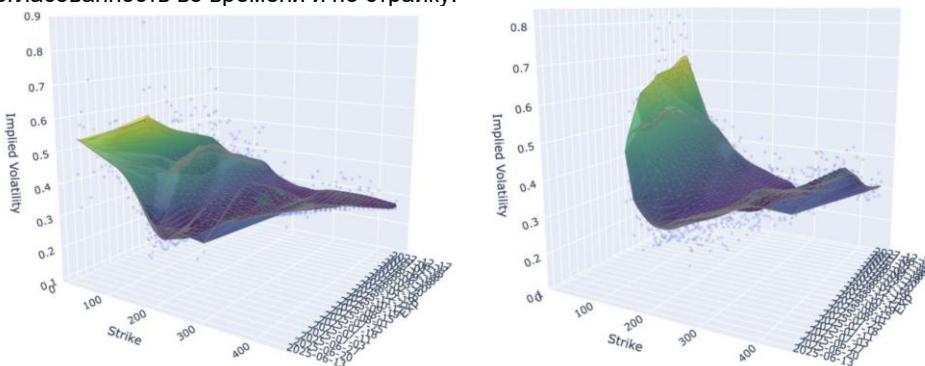


Рисунок 5: Поверхность подразумеваемой волатильности (Implied Volatility Surface) опционов AAPL Call и Put на 12 июня 2025

Такой подход особенно удобен для анализа динамики крыльев и временной структуры волатильности: на одной 3D-поверхности можно сразу видеть, где рынок переоценивает дальние опционы, как кривизна меняется с приближением к экспирации, и как распределяется риск вдоль всей сетки (K, τ) . В отличие от параметрических моделей, где каждая экспирация моделируется отдельно, здесь поверхность восстанавливается целиком — с учётом межвременных зависимостей и плавности между сроками.

Погрешности и дисперсионный анализ

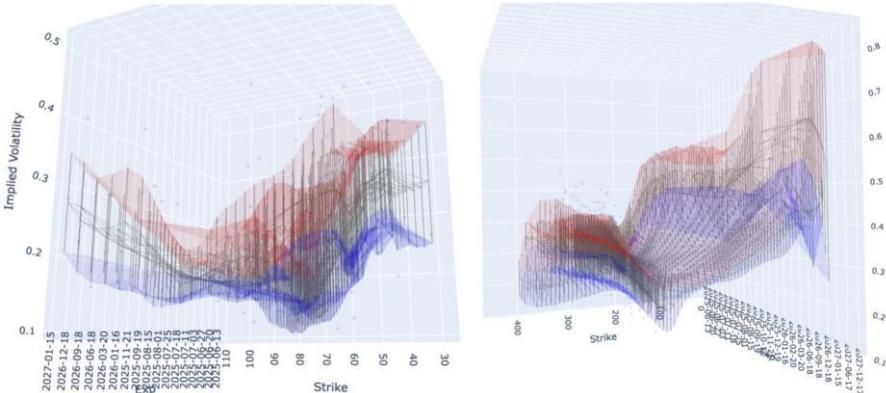


Рисунок 6: Распределение отклонения регрессии для KO Call и AAPL Put опционов

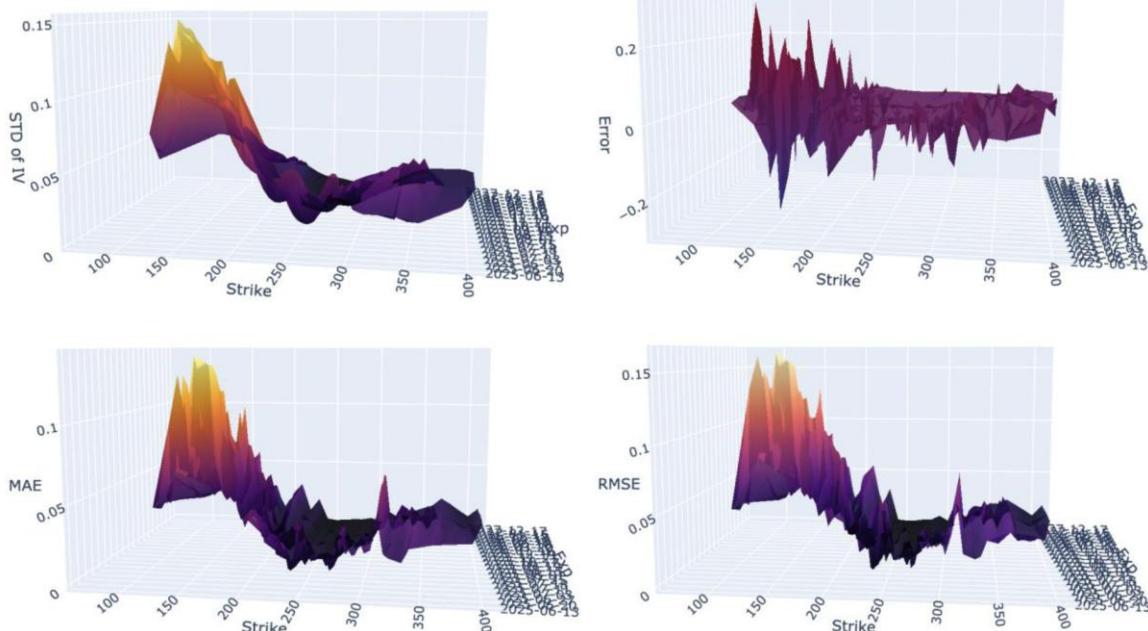


Рисунок 7: Стандартное отклонение регрессии, ошибка (наблюдение – регрессия), Mean Absolute Error (MAE) и Root Mean Square Error (RMSE) для JPM и KO Put опционов на 12 июня 2025

Таблица 1. Ошибки аппроксимации модели для разных активов и типов опционов

Актив	Тип опциона	MAE	RMSE	Error Mean
AAPL	Call	0.02609	0.03310	0.00047
	Put	0.02635	0.03336	-0.00011
KO	Call	0.03914	0.04906	0.00054
	Put	0.00427	0.05422	0.00140
JPM	Call	0.03416	0.04338	0.00289
	Put	0.02810	0.03692	-0.00008
XLB	Call	0.02667	0.03311	0.00111
	Put	0.02248	0.02816	-0.00213
BKNG	Call	0.02345	0.03248	-0.00099
	Put	0.02377	0.03302	-0.00096

$$MAE_{avg} = 0.02545, \quad RMSE_{avg} = 0.0376, \quad Error Average = 0.00021.$$

MAE_{avg} = 0.02545 и RMSE_{avg} = 0.0376 означают, что средняя ошибка аппроксимации составляет 2.5–3.7 % от масштаба волатильности. Это — очень высокая точность для моделей IV-поверхностей, особенно без обучения нейросети. Такой уровень ошибки показывает, что модель корректно

восстанавливает реальную геометрию улыбки и временной структуры, при этом оставаясь стабильной на всех страйках и сроках.

Средний Error Average = 0.00021 ($\approx 0.02\%$) дополнительно подтверждает отсутствие систематического смещения: положительные и отрицательные ошибки взаимно компенсируются, что говорит о нейтральной генерализации — модель не переоценивает и не недооценивает волатильность в среднем.

Сравнительный анализ

В большинстве опубликованных исследований для оценки моделей поверхности подразумеваемой волатильности применяются индексные данные — например, SPX, STOXX 50, NIKKEI 225 и другие высоколиквидные индексы. Эти данные отличаются стабильностью и плотностью страйков, что делает задачу сглаживания и аппроксимации существенно проще.

В нашем случае подход был протестирован в более сложных условиях: мы провели анализ на гетерогенном наборе активов — от технологических и потребительских акций (AAPL, KO) до финансовых (JPM), сырьевых (XLB) и сервисных компаний (BKNG), представляющих сектор онлайн-туризма и бронирования. Это позволило проверить устойчивость модели при разных профилях ликвидности, дисперсии волатильности и неровной структуре страйков.

Таблица 2. Сравнение средних точностей нейронных моделей и нашего метода.

Модель	Год	Тип подхода	MAE	RMSE
GMM + GMR (предлагаемая)	2025	Непараметрическая, без обучения, no-arbitrage	0.025	0.038
Neural Correction Model (Grith) [19]	2023	Нейросетевая коррекция параметрических моделей	0.030	0.055
Deep Volatility Network (Stacy) [20]	2023	LSTM / GRU / CNN	0.056 – 0.114	0.060 – 0.120
GAN-Enhanced IV Reconstruction [21]	2025	GAN (генеративная модель)	0.039	0.049
Two-Step Arbitrage-Free DNN (Zhang et al.) [22]	2021	DNN + PCA / VAE (двухшаговый фреймворк)	≈ 0.040	≈ 0.050

Таким образом, хотя сопоставление результатов с другими работами носит ориентировочный характер, по порядку величин ошибок наша модель показывает себя на уровне лучших опубликованных нейросетевых решений. Более того, тот факт, что она сохраняет стабильную точность даже на сложных активах, демонстрирует её робастность и реальную практическую применимость.

Выводы

Предложенный подход, основанный на комбинации Gaussian Mixture Models (GMM) и Gaussian Mixture Regression (GMR), продемонстрировал, что формонезависимое, универсальное моделирование поверхности подразумеваемой волатильности может быть реализовано без компромисса между точностью и вычислительной эффективностью. Модель достигает средней ошибки менее 4 % при практически нулевом смещении, что соответствует уровню state-of-the-art методов, при этом полностью исключая необходимость в глубоком обучении и сложной оптимизации. Такой результат особенно значим, учитывая, что большинство существующих исследований опирается на относительно «лёгкие» индексные данные (SPX, STOXX 50 и т. д.), тогда как наш метод был протестирован на разнообразном наборе активов с разной структурой страйков, ликвидностью и сроками до экспирации — от технологических акций до финансовых и сырьевых инструментов.

Эта универсальность подтверждает высокую робастность модели, её способность сохранять гладкость и точность даже при значительных изменениях рыночных условий, а также отсутствие переобучения на локальных областях поверхности. Кроме того, GMM/GMR-подход обладает естественной интерпретируемостью: каждая компонентная плотность имеет статистическое значение, а регрессионная структура позволяет получать не только центральную оценку, но и условную дисперсию, отражающую уровень неопределенности по страйкам и срокам. Это превращает модель в надёжный инструмент количественного анализа, способный не только восстанавливать структуру implied volatility, но и выявлять зоны рыночной напряжённости, где сосредоточена ключевая динамика. В совокупности эти свойства делают предложенный метод эффективным, воспроизводимым и практически применимым решением для задач ценообразования, хеджирования и риск-менеджмента в современных финансовых системах.

Литература

- Homescu C. Implied volatility surface: construction methodologies and characteristics. arXiv preprint arXiv:1107.1834. 2011.

2. Chan DK-C, Fong W-M, Lam KF, Yung K. Informed Option Trading and Term Structure. Auckland University of Technology — Auckland Centre for Financial Research. 2019.
3. Park H, Kim B, Kim D. Informed options trading on the implied volatility surface: a cross-sectional approach. Auckland (NZ): Auckland University of Technology, Auckland Centre for Financial Research; 2019.
4. Baldacci B. High-frequency dynamics of the implied volatility surface. arXiv preprint arXiv:2012.10875, 2020.
5. Zhang Y, Li J, Zhang W. A Two-Step Framework for Arbitrage-Free Prediction of the Implied Volatility Surface. arXiv preprint arXiv:2106.07177; 2021.
6. Ulrich M., Zimmer L., Merbecks C. *Implied volatility surfaces: a comprehensive analysis using half a billion option prices*. Review of Derivatives Research. 2023;26(2-3):135–169. DOI: 10.1007/s11147-023-09195-5.
7. Laurini MP. Imposing no-arbitrage conditions in implied volatility surfaces using constrained smoothing splines. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*. 2011;27(6):649-659. DOI: 10.1002/asmb.877.
8. Gatheral J, Jacquier A. Arbitrage-free SVI volatility surfaces. Quantitative Finance. 2014;14(1):59-71. doi:10.1080/14697688.2013.819986.
9. Hagan P., Kumar D., Lesniewski A., Woodward D. Managing Smile Risk. *Wilmott Magazine*. 2002;(84):84-108. DOI:10.1007/s10203-007-0091-4.
10. Borak S, Fengler M, Härdle W. DSFM fitting of implied volatility surfaces. Discussion Paper SFB 649, Humboldt-Universität zu Berlin; 2005.
11. Ackerer D., Tagasovska N., Vatter T. Deep Smoothing of the Implied Volatility Surface. NeurIPS 2020 Conference Paper; 2020.
12. Mijatović A, Tankov P. A new look at short-term implied volatility in asset price models with jumps. arXiv preprint arXiv:1207.0843; 2012.
13. Driessens JP, Jorgensen BJ. The effects of uncertainty and liquidity on the cross-section of stock returns. Columbia Business School — Research Paper; 2006.
14. Fengler M. Arbitrage-free smoothing of the implied volatility surface. SFB 649 Discussion Paper No. 2005-019, Humboldt-Universität zu Berlin; 2005.
15. Alexiou L., Goyal A., Kostakis A., Rompolis L. Pricing Event Risk: Evidence from Concave Implied Volatility Curves. *Derivatives & Risk Management Meeting* 2022; 2022.
16. Glasserman P, Pirjol D. W-Shaped Implied Volatility Curves and the Gaussian Mixture Model. SSRN Electron J. 2021;(Paper 3951426).
17. Keller-Ressel M. W-shaped implied volatility curves in a variance-gamma mixture model. arXiv preprint arXiv:2209.14726; 2022.
18. De Marco S., Hillairet C., Jacquier A. Shapes of implied volatility with positive mass at zero. arXiv preprint arXiv:1310.1020; 2013.
19. van der Meer FK. Modeling equity option implied volatility surfaces using non-parametrically corrected parametric models. Rotterdam: Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics; 2024.
20. Stacy P. Machine-Learning Based Modeling of the Implied Volatility Surface. Rotterdam: Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics; 2023.
21. Ge Y, Wang Y, Liu J, Wang J. GAN-Enhanced Implied Volatility Surface Reconstruction for Option Pricing Error Mitigation. *IEEE Access*. 2025; eISSN 2169-3536. doi:10.1109/ACCESS.2025.3619553.
22. Zhang W, Li L, Zhang G. A Two-Step Framework for Arbitrage-Free Prediction of the Implied Volatility Surface. *Quantitative Finance*. 2023;23(1):21-34. doi:10.1080/14697688.2022.2135454.

Ключевые слова

Поверхность подразумеваемой волатильности, формонезависимое моделирование, модель гауссовых смесей, гауссовая регрессия смесей, модель Бьёрксунда–Стенсланда, непараметрическая калибровка, арбитражно-свободная волатильность, ценообразование опционов, количественные финансы, динамика улыбки волатильности, высокочастотное моделирование, управление рисками, эффективная аппроксимация поверхности

Садуанов Батырхан, Араратян Севак, Меркулов Вадим,
Freedom Broker, г. Алматы, Казахстан

Key words

Implied volatility surface, shape-agnostic modeling, Gaussian Mixture Model, Gaussian Mixture Regression, Bjerksund–Stensland model, non-parametric calibration, arbitrage-free volatility, option pricing, quantitative finance, volatility smile dynamics, high-frequency modeling, risk management, efficient surface fitting

Batyrikhan Saduanov, Sevak Araratyan, Vadim Merkulov, Form-independent modeling of the implied volatility surface based on Gaussian mixtures

DOI: 10.34706/DE-2025-05-04

JEL classification: F36 Финансовые аспекты экономической интеграции.

Abstract

This paper introduces a new method for modeling the implied volatility surface based on the combination of Gaussian Mixture Models (GMM) and Gaussian Mixture Regression (GMR). Unlike traditional approaches that assume a fixed functional form of the volatility surface, the proposed framework is shape-agnostic and can flexibly capture the complex volatility dynamics observed across different asset classes, including a wide range of smile shapes — from classical U-shaped to multimodal W-shaped and other non-standard patterns observed in real trading environments. By leveraging the probabilistic expressiveness of GMMs and the predictive power of regression, the method achieves accuracy comparable to deep learning models while outperforming them in computational efficiency, requiring no training phase. Empirical results demonstrate that the proposed approach surpasses existing parametric models in flexibility and robustness, providing accuracy on par with neural-network-based solutions but with significantly lower computational cost. Due to its lightness, scalability, and interpretability, the method is particularly well-suited for high-frequency financial applications, offering practitioners and researchers a reliable and efficient tool for volatility modeling and risk management.

2. ОБЗОРЫ

УДК: 330.4, 519.8, 004.94

2.1. Приложения тропической математики в экономике и теории игр

Козырев А. Н., ЦЭМИ РАН, г. Москва, Россия

Показаны возможности применения тропической (идемпотентной) математики в решении экономических задач, где традиционные математические методы не работают или работают плохо. Большое внимание уделено работам, где применение тропической математики не сводится к ускорению вычислительных процедур, а касается самой постановки задачи, её содержательного смысла. Таких работ, к сожалению, очень мало, хотя переход к цифровой экономике и экономике дачных, казалось бы, дает повод для применения тропических методов, поскольку цифровые продукты обладают подходящими свойствами.

1. Введение

Главным мотивом, способствующим написанию этого обзора, было желание разобраться в современном состоянии исследований по теме, заявленной в заголовке статьи. Разумеется, были и другие причины, одна из них – стремление привлечь внимание наиболее продвинутой части нашей аудитории к математическим инструментам нового образца, ждущим своего применения в цифровой экономике. Не последнюю роль сыграла и ностальгия по настоящей математике в экономике, откуда она уходит.

Принцип двойственности в математике и неиспользованные возможности применения математики в экономике – постоянные темы нашего журнала. На этот раз обе они раскрываются путем обзора достижений тропической (идемпотентной) математики в области, где она применяется, по существу, исходной задачи, а не в качестве своего рода «допинга» в вычислительных методах, где идемпотентная математика уже давно нашла реальные применения. Предстоит поговорить и о реальных проблемах, сопутствующих развитию данного направления. При этом практически совсем не затрагиваются такие области как построение и обучение нейронных сетей, хотя здесь достижения тропической математики достаточно велики, причем именно с ними изначально связано появление прилагательного «тропическая», постепенно заменившего менее благозвучное – «идемпотентная».

1.1. Деквантование Маслова, идемпотентная и тропическая математика

В основе идемпотентной математики лежит замена обычных арифметических операций (сложения и умножения) новым набором базовых операций. Сложение заменяется операциями максимум или минимум, а умножение может быть заменено обычным сложением или остаться обычным умножением. При этом числовые поля (поле вещественных и комплексных чисел) заменяются идемпотентными полукольцами и полу полями. Полукольцо получается, например, в том случае, если рассматриваются операции только над целыми числами, операция обратная умножению в этом случае отсутствует.

Прилагательное «тропическая» прилепилось к данной области математики относительно недавно, но практически вытеснило классическое прилагательное «идемпотентная». Термин «тропические полукольца» появился в информатике и теории алгоритмов для обозначения дискретной версии алгебры со сложением вместо умножения и операции максимум или минимум вместо сложения. Дискретные полукольца этого типа были названы «тропическими» в честь бразильского специалиста по информатике и математике Имре Саймона, в знак признания его пионерской деятельности в данной области, см. (Литвинов, 2005). Затем этот термин «тропический» стал применяться и к полу полям с теми же операциями.

Основную парадигму идемпотентной математики (Литвинов, 2005) выражает *идемпотентный принцип соответствия*. Этот принцип тесно связан со знаменитым принципом соответствия Нильса Бора для квантовой теории (отсюда термин «деквантование»). Оказывается, между рядом важных, интересных и полезных конструкций и результатов обычной математики над полями и аналогичными конструкциями и результатами над идемпотентными полу полями и полукольцами существует эвристическое соответствие. А это означает появление огромного поля исследований для профессиональных математиков, сопоставимого со всей математикой над полями вещественных и комплексных чисел.

Цитируемая выше и далее статья (Литвинов, 2005), представляемая как обзор, «практически не содержит строгих формулировок теорем и их доказательств, по словам её автора она является лишь кратким введением в деквантование Маслова, идемпотентную и тропическую математику». Список цитируемых в ней литературы не претендует на полноту даже на дату его публикации. За дополнительными ссылками автор обзора отсылает к более ранним обзорам и электронному архиву <http://arXiv.org>, что вполне логично. Такая рекомендация с благодарностью принимается. Однако надо заметить, что с мировоззренческой точки зрения, то есть для понимания места идемпотентной математики в науках эта статья – своего рода откровение, а потому к Деквантованию Маслова мы еще вернемся.

1.2. Идемпотентное сложение в экономике

Парадоксальным образом практически все достижения в области применения идемпотентной математики в экономике не связаны явным образом с особенностями цифровой экономики, хотя цифровые продукты – идеальный пример для демонстрации правил идемпотентной алгебры и арифметики, где сложение подчиняется правилу $1 + 1 = 1$, а вычитание вообще не определено со всеми вытекающими отсюда последствиями. Помимо цифровых продуктов такими или близкими свойствами обладают изобретения, откуда происходит поговорка, – не надо изобретать деревянный велосипед». Тут надо сделать оговорку. Акцентировать внимание надо не на прилагательном «деревянный», а на бессмысленности заново изобретать то, что уже изобретено. Этим свойством до известной степени обладают знания или идеи, если понимать эти слова не в строгом математическом смысле, а на бытовом уровне, где они часто уподобляются свету свечи или лампы¹. Но именно для цифровых продуктов идемпотентность сложения может пониматься буквально, поскольку тут возможно точное совпадение продуктов – бит в бит, а вычитание не может быть определено.

В экономической теории отсутствие вычитания для такого рода продуктов трактуется как неконкурентность в потреблении, а именно: «Потребление продукта одним из экономических агентов не мешает его потреблению другими». По уровню глубины понимания такая трактовка соответствует примерно арифметике мифического племени Нимбу-Юмбу, где были в ходу числа «один», «два» и «много».

Без точной формализации, то есть без перевода на язык математики неконкурентность в потреблении – слишком расплывчатое понятие в том смысле, что способов формализации известно несколько и далеко не все они удачные, причем в основном по причине неумения использовать принцип двойственности. Чаще всего неконкурентность в потреблении трактуется как потребление всеми членами группы (коллективное благо) или всеми членами общества (публичное благо) на одном уровне. Более разумный подход заключается в том, что продукт, именуемый «знание» или «технология» (Макаров, 1973), используется всеми участниками экономической системы (как потребителями) на уровне не выше, чем достигнутый хоть кем-то из них как поставщик. Такой подход вполне применим к программному обеспечению, в частности, при формировании цен на программы (Козырев, 1989а, 1989б). В докладе на общем собрании АН СССР, опубликованном в виде статьи (Макаров, 2003) вопрос ставится шире, о чем можно поговорить отдельно. Но сегодня основные применения идемпотентной математики в экономике связаны отнюдь не со специфическими свойствами знаний, идей, цифровых продуктов, а с моделированием спроса на дискретные продукты и организацию аукционов с ассортиментом продуктов. На этих применениях в основном и сосредоточимся в дальнейшем. Также методы на основе идемпотентной математики широко применяются в управлении и вычислениях, но безотносительно к свойствам знаний.

1.3. Источники

Среди источников, используемых при подготовке настоящего обзора по нескольким причинам особое место занимают работы Элизабет Болдуин (Elizabeth Baldwin) и Пола Клемперера (Paul Klemperer). Во-первых, им удалось применить идеи тропической математики как на практике (Klemperer, 2008), так и в экономической теории (Baldwin, Klemperer et al, 2014, 2019, 2021, 2024a, 2024b), причем и там, и там с успехом, о практике сказано в (Klemperer, 2008). Еще одна, возможно, не менее важная причина состоит в том, что они стараются донести свои идеи и результаты до экономистов, готовых учиться применению новых математических идей. В этом плане стоит обратить внимание на появившийся недавно сайт,

Product-Mix Auctions



Product-Mix Auctions

Product-Mix Auctions (PMAs) are easy-to-use, single-round, sealed-bid auctions to sell or procure **multiple units of multiple related goods**. They allow both the bidders and the auctioneer to express rich preferences about how the allocations they receive depend on the auction prices.

The original PMA was developed in 2007-8 for the Bank of



¹ Фраза, приписываемая Томасу Джейферсону: «Тот, кто получает идею от меня, пользуется ею, не обидя меня; подобно тому, как получивший свет от моей лампы не погружает меня во тьму».

посвященный Product-Mix аукционам <http://pma.nuff.ox.ac.uk/>, то есть аукционам для продаж продуктов в ассортименте. На этом сайте представлены новые материалы по теме, включая научные публикации, методические материалы и даже компьютерные программы.

На картинке ниже отражена основная суть вклада, внесенного Полом Клемперером в теорию и практику ассортиментных аукционов. О ней стоит поговорить подробнее. Но для начала не лишне заметить, что тропическая прямая определяемая уравнением $ax + by = c$ и условием неотрицательности, определяется тремя равенствами $ax = c$, $by = c$ и $ax = by$. Этим условиям соответствует фигура ниже.



В целом на рисунке изображена ситуация, когда на аукционе одновременно продается 2 продукта. Тропическая прямая разделяет неотрицательный ортант на три части. Прямоугольник ограничивает область, где адекватных запросов со стороны покупателей нет. Участники аукциона, жаждущие получить что-то по таким низким ценам, не получат ничего. Луч, выходящий из правого верхнего угла, разделяет заявки на покупку, удовлетворяющие условиям продажи первого и второго продукта. Одна из заявок (номер 12) удовлетворяет тем и другим условиям, но на пределе.

Разумеется, пример с двумя продуктами в некотором смысле игрушечный, но по тому же принципу Банком Англии в 2007 году был проведен аукцион по раздаче кредитов на астрономическую сумму в сто миллиардов фунтов стерлингов. Принимались заявки на кредиты с надежным обеспечение и с менее надежным. Потом была проведена та самая тропическая прямая, которая разделила заемщиков на тех, кто получил кредит по низкой ставке (надежное обеспечение), по высокой ставке (не очень надежное обеспечение) и тех, кто не получил ничего, поскольку хотел слишком много.

В методическом обеспечении этого аукциона самое активное участие принимал Пол Клемперер, а чуть позже опубликовал очень интересный материал (Klemperer, 2008), где изложены не только методические наработки, но и передана полная драматизма атмосфера события. Впрочем, некоторые детали конфиденциального характера ему пришлось изъять при публикации. Теоретическое осмысление используемого тогда подхода с применением математики первоначально было изложено в препринте (Baldwin, Klemperer, 2014), первая версия которого появилась в 2012 году, а потом тот же материал, но доработанный в соответствии с правилами (Baldwin, Klemperer, 2019), то есть с потерей не только пяти лет, но и цвета в диаграммах, был опубликован в журнале Эконометрика. Тут сложно удержаться от комментария о сроках и присутствии цвета в диаграммах. В нашем журнале цвет приветствуется, благо, что в цифровом формате это ничего не стоит. Но и при печати (по просьбе клиента) цвет оставляем. А еще надо с благодарностью упомянуть электронный архив <http://arXiv.org>, поскольку именно там появляются лучшие научные статьи, лишь через несколько лет они выходят в топовых журналах.

Еще один интересный (с точки зрения применений в экономике) зарубежный источник – материалы – Tropical Mathematics and Economics | notes and problems from the HCM summer school May 9–13, 2016 – летней школы имени Хаусдорфа. Это мероприятие интересно не только тематикой, но и составом участников, среди них были цитируемые выше авторы статей по смешанным аукционам и Глеб Кошевой – один из россиян, на статьи которых эти авторы с восхищением ссылались. Там же была представлена работа (Crowell and Tran, 2016) о применении тропической геометрии в теории механизмов.

В последующих работах (Baldwin, Klemperer et al, 2021, 2024a, 2024b) так или иначе обобщаются и усиливаются полученные ранее результаты, то есть прорыв в теории – это, прежде всего препринт 2014,

года (Baldwin and Klempner, 2014), где центральное место занимают принцип двойственности при описании спроса через пространство цен и теорема о равновесии на рынке дискретных продуктов, доказанная с применением тропической геометрии, что оказалось проще, чем это было сделано ранее российскими математиками В. Даниловым и Г. Кошевым без применения тропической математики.

Из отечественных работ в первую очередь отметим упоминавшуюся выше статью Г.Л. Литвинова и совсем свежий обзор (Кривулин, 2025), откуда можно идти по ссылкам на более ранние работы. Примечательно, что в статье Г.Л. Литвинова очень хорошо и наглядно представлена связь между идемпотентной и обычной математикой, а также математики с физикой. В обзоре Н.К. Кривулина основное внимание уделено вкладу ленинградских, а позже Санкт-Петербургских математиков, к числу которых относятся он сам и его ученики, а также ряд математиков, работавших в ЛОМИ АН СССР вместе с Л.В. Канторовичем еще до его отъезда в Новосибирск (в 1961), но оставшихся в Ленинграде и там развивавших идеи, уходящие корнями в дооценные и первые послевоенные годы.

Если говорить о применении идей идемпотентности в математической экономике, то нельзя не упомянуть статью (Макаров, 1973). В ней речь идет об идемпотентном межотраслевом балансе, интерпретируемом как «балансе научных разработок» со ссылкой на предшествующую беседу с Л. В. Канторовичем, откуда можно сделать вывод, что у исходной идеи ленинградские корни, уходящие во времена, когда Канторович возглавлял отдел прикладных вычислений ЛОМИ АН СССР (до отъезда в Новосибирск, то есть до 1961 года), а рядом с ним работали Н.Н. Воробьев, А. А. Корбут и И.В. Романовский, внесшие свой вклад в развитие идемпотентной математики как математической дисциплины. Именно Н.Н. Воробьев развел версию идемпотентной линейной алгебры с приложениями в теории игр и математической экономики, и предвидел многие аспекты будущей расширенной теории. Для обозначения идемпотентных полуколец и идемпотентной математики он использовал термины «экстремальные алгебры» и «экстремальная математика». К сожалению, как отмечено в (Литвинов, 2005), идеи Н. Н. Воробьева в свое время не получили широкой известности, поэтому его терминология не прижилась и сейчас почти не используется. При этом ссылки на его статьи есть в современных работах по математической экономике с применением тропической математики (Крайнов, Матвеенко, 2006).

Очень забавный факт – Балдин и Клемперер ссылаются на работу (Matveenko, 2014), доказывая свой приоритет в применении тропической математики непосредственно к экономике. Первая версия их работы 2014 года появилась в 2012 году. О более ранних работах Владимира Матвеенко по экономической тематике, например (Матвеенко, 2012), они, разумеется, не знали, поскольку они публиковались на русском языке. А работы В.И. Данилова по экономическому равновесию они считали чистой математикой, что в целом верно. Тут сложно удержаться от сожаления по поводу все большего расхождения между математикой, которой занимаются российские математики, публикуя свои результаты в основном на английском языке за границей, что по-прежнему поощряется всей нашей системой научного труда.

В отечественной литературе фундаментальный вклад в развитие тропической математики внесли труды представителей московской научной школы под руководством академика В. П. Маслова (работы В. Н. Колокольцова, Г. Л. Литвинова, С. Н. Сергеева, Г. Б. Шпиза и др.), посвященные развитию тропического анализа — математического анализа полумодулей функций со значением в полукольце с идемпотентным сложением. Вопросы алгебраической теории тропических полуколец интенсивно изучались в работах Е. М. Вечтомова и А. Э. Гутермана. В работах С. Л. Блюмина и его коллег язык и методы тропической алгебры успешно применялись для развития алгебраической теории решения задач моделирования и управления технологическими и производственными процессами и системами.

Вслед за работами Н. Н. Воробьева, А. А. Корбута, И. В. Романовского, имевшими большое значение для становления тропической математики как новой области науки, санкт-петербургские математики О. Я. Виро, Д. Ю. Григорьев, И. В. Итенберг, Г. Б. Михалкин и др. сыграли ключевую роль в формировании и развитии тропической геометрии, которая представляет собой раздел алгебраической геометрии, определенный над тропическим полуполем. В экономико-математических работах В. Д. Матвеенко язык и методы тропической математики были впервые использованы для построения и анализа моделей экономической динамики и роста (Кривулин, 2025). Но, если говорить совсем точно, речь идет опять-таки не об экономике, а о математике с использованием экономической лексики. Именно в эту сторону пошла математическая экономика, определив свою задачу как проверку идей экономической теории на непротиворечивость.

Надо отметить, что отличием ленинградской (потом петербургской) школы состоит, если не в отсутствии такого снобизма, то присутствует в гораздо меньшей степени. Есть потребность доводить исследование до применения. Эта традиция идет от Эйлера, она была присуща С.Л. Соболеву и Л.В. Канторовичу, которые могли заниматься чистой математикой, но не чурались и приложений. То же присуще и тем, кто продолжает работу в том направлении, которое идет от работ по идемпотентной (тропической) математики середины 60-х, начала 70-х годов, продолжает исследования, начатые Н. Н. Воробьевым, А. А. Корбутом и И. В. Романовским, связано с применением моделей и методов тропической алгебры для решения задач оптимизации и исследования операций. Разработке и исследованию методов решения задач тропической оптимизации посвящен ряд работ, опубликованных за последние два десятилетия Н. К. Кривулиным, И. В. Романовским и их коллегами.

Поскольку в обзоре использованы материалы из разных источников и разные по стилю, обозначения в разных разделах могут различаться, нумерация рисунков, заимствованных из (Литвинов, 2016), (Crowell and Tran, 2016) (Baldwin, Klempner, 2014) и (Klempner, 2008) привязана к разделам

2. Идемпотентная математика и деквантование Маслова

В основе идемпотентной математики лежит замена обычных арифметических операций новым набором базовых операций (такими как максимум или минимум), при этом числовые поля заменяются идемпотентными полукольцами и полуполями.

2.1. Варианты полуполей

Известно четыре варианта идемпотентной математики над полуполями в качестве сложения может рассматриваться либо операция максимума, обозначаемая символом \oplus , либо операция минимума, обозначаемая как \ominus . В качестве умножения может рассматриваться обычное умножение или сложение. Если в качестве умножения рассматривается обычное умножение, то элементы полуполя – неотрицательные числа, нулем служит обычный ноль. Если в качестве тропического умножения используется обычное сложение, то элементы полуполя – все вещественные числа. В качестве нуля используется либо $-\infty$, если сложение – операция максимума, либо ∞ , если сложение – операция минимума.

Типичные примеры – так называемые алгебра макс-плюс \mathbb{R}_{max} и алгебра мин-плюс \mathbb{R}_{min} . Они определяются достаточно просто. Пусть \mathbb{R} – поле вещественных чисел. Тогда $\mathbb{R}_{max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ с операциями \oplus и \odot , где $x \oplus y = \max\{x, y\}$, $x \odot y = x + y$. Аналогично $\mathbb{R}_{min} = \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ с операциями \oplus и \odot , где $x \oplus y = \min\{x, y\}$. Новое сложение является идемпотентной операцией, т.е. $x \oplus x = x$ и $x \ominus x = x$ для всех x .

Начиная с классической работы (Kleene, 1956), многие авторы использовали идемпотентные полукольца и матрицы над этими полукольцами для решения ряда прикладных задач дискретной математики и информатики. Современный идемпотентный анализ (или идемпотентное исчисление, или идемпотентная математика) был разработан В. П. Масловым и его сотрудниками в восьмидесятых годах в Москве, см., например, работы (Kolokoltsov and & Maslov, 1997; Литвинов, Маслов, Шпиц, 1998б 1999, 2001). Некоторые предварительные результаты сформулировали Э. Хопф и Г. Шоке, но, как заметил Н.Н. Воробьев, там даже речи не шло о двойственности.

Идемпотентную математику можно рассматривать как результат деквантования традиционной математики над числовыми полями, при котором постоянная Планка H стремится к нулю, принимая минимальные значения. Такая точка зрения была представлена Г. Л. Литвиновым и В. П. Масловым в работах (Litvinov and Maslov, 1965, 1996). Иначе говоря, идемпотентная математика является асимптотической версией традиционной математики над полями вещественных и комплексных чисел.

2.2. Идемпотентный принцип соответствия

Основную парадигму идемпотентной математики выражает идемпотентный принцип соответствия. Этот принцип тесно связан со знаменитым принципом соответствия Нильса Бора для квантовой теории. Оказывается, что существует эвристическое соответствие между рядом важных, интересных и полезных конструкций и результатов обычной математики над полями и аналогичными конструкциями и результатами над идемпотентными полуполями и полукольцами (полуполями и полукольцами с идемпотентным сложением).

Систематическое и последовательное использование идемпотентного принципа соответствия приводит к многообразным результатам, часто весьма неожиданным. В результате, наряду с традиционной математикой, возникает ее “теневая” идемпотентная версия. Эта “теневая” версия так же связана с традиционной математикой, как классическая физика с физикой квантовой, см. рис. 2.1.



Рис. 2.1. Связь между идемпотентной и традиционной математикой.
Источник – (Литвинов, 2016)

Во многих отношениях идемпотентная математика проще традиционной. Однако переход от традиционных конструкций и результатов к их идемпотентным аналогам часто является нетривиальным.

2.3. Полукольца, полуполя и деквантование

Пусть на множестве S заданы две алгебраические операции: сложение \oplus и умножение \odot . Говорят, что на множестве S задано полукольцо, если выполняются следующие условия:

- сложение \oplus и умножение \odot ассоциативны;
- сложение \odot коммутативно;
- умножение \odot дистрибутивно относительно сложения \oplus :

$$\begin{aligned} x\odot(y\oplus z) &= (x\odot y)\oplus(x\odot z) \\ \text{и} \\ (x\oplus y)\odot z &= (x\odot z)\oplus(y\odot z) \end{aligned}$$

для любых $x, y, z \in S$.

Единицей полукольца S называется такой элемент $1 \in S$, что $1\odot x = x\odot 1 = x$ для всех $x \in S$. Нулем полукольца S называется такой элемент $0 \in S$, что $0 \neq 1$ и $0\oplus x = x$, $0\odot x = x\odot 0 = 0$ для всех $x \in S$. Полукольцо S называется идемпотентным полукольцом, если $x\oplus x = x$ для всех $x \in S$. Полукольцо S с элементами 0 и 1 называется полуполем, если для любого ненулевого элемента множества S существует обратный элемент.

Рассмотрим поле вещественных чисел \mathbf{R} и полуполе всех неотрицательных вещественных чисел \mathbf{R}_+ (относительно обычных операций сложения и умножения). Замена переменных $x \mapsto u = h \ln x$, $h > 0$, задает отображение

$$\Phi_h: \mathbf{R}_+ \rightarrow S = \mathbf{R} \cup \{-\infty\}$$

Перенесем операции сложения и умножения из \mathbf{R} в S с помощью отображения Φ_h , а именно, пусть

$$\begin{aligned} u\oplus_h v &= h \ln \exp(u/h) + \exp(v/h), \\ u\odot v &= u + v, \quad \mathbf{0} = -\infty = \Phi_h(0), \quad \mathbf{1} = 0 = \Phi_h(1) \end{aligned}$$

Таким образом S приобретает структуру полукольца $\mathbf{R}^{(h)}$, изоморфного \mathbf{R}_+ ; см. рис. 2.1.

Несложно проверить, что $u\oplus_h v \rightarrow \max\{u, v\}$ при $h \rightarrow 0$ и что S образует полукольцо относительно сложения $u\oplus v = \max\{u, v\}$ и умножения $u\odot v = u = v$, с нулевым элементом ∞ и единицей $\mathbf{1} = 0$. Обозначим это полукольцо через \mathbb{R}_{max} оно идемпотентно, так как $u\oplus u = u$ для всех элементов. При этом полукольцо \mathbb{R}_{max} является полуполем. Аналогия с процедурой квантования здесь очевидна, параметр h играет роль постоянной Планка, поэтому полуполе \mathbf{R}_+ можно рассматривать как "квантовый" объект, а полукольцо \mathbb{R}_{max} может рассматриваться как результат его "деквантования". Аналогичная процедура для $h < 0$ дает полукольцо $\mathbb{R}_{min} = \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$ с операциями $\oplus = \min$, $\odot = +$; в этом случае $0 = +\infty$, $\mathbf{1} = 0$. Полукольца \mathbb{R}_{max} и \mathbb{R}_{min} изоморфны. Переход к \mathbb{R}_{max} или \mathbb{R}_{min} называется деквантованием Маслова. Понятно, что соответствующий переход от поля комплексных \mathbf{C} или вещественных \mathbf{R} чисел к \mathbb{R}_{max} осуществляется при помощи деквантования Маслова и отображения $x \mapsto |x|$. Такой переход также часто называют деквантованием Маслова (Литвинов, 2005). Идемпотентное полукольцо $\mathbf{R} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$ с операциями $\oplus = \max$, $\odot = \min$ может быть получено в результате "вторичного деквантования" полей \mathbf{C} , \mathbf{R} или полуполя \mathbb{R}_{max} . Так называемое идемпотентное деквантование является обобщением деквантования Маслова; это переход от полей к идемпотентным полуполям и полукольцам в математических конструкциях и ре идемпотентное деквантование является обобщением деквантования Маслова; это переход от полей к идемпотентным полуполям и полукольцам в математических конструкциях и результатах.

2.4. Терминология: тропические полукольца и тропическая математика

Термин "тропические полукольца" появился в информатике и теории алгоритмов для обозначения дискретной версии алгебры \mathbb{R}_{max} или \mathbb{R}_{min} и их подалгебр; дискретные полукольца этого типа были названы "тропическими" Домиником Перрэнном в честь бразильского специалиста по информатике и математике Имре Саймона, в знак признания его пионерской деятельности в данной области, см. [Pin, 1998].

В дальнейшем ситуация и терминология изменились. Для большинства современных авторов "тропический" означает "над полуполями \mathbb{R}_{max} или \mathbb{R}_{min} ", а тропические полукольца – это идемпотентные полуполя \mathbb{R}_{max} и \mathbb{R}_{min} . В этом же смысле часто используются термины "макс-плюс" и "мин-плюс". В настоящее время термин "тропическая математика" обычно означает "математика над полуполями \mathbb{R}_{max} или \mathbb{R}_{min} ", см., а термины "тропикализация" и "тропификация" (Kirillov A. N. (2001) в точности означают деквантование и квантование в описанном выше смысле. В любом случае, тропическая математика является естественной и очень важной частью идемпотентной математики. Многие известные конструкции

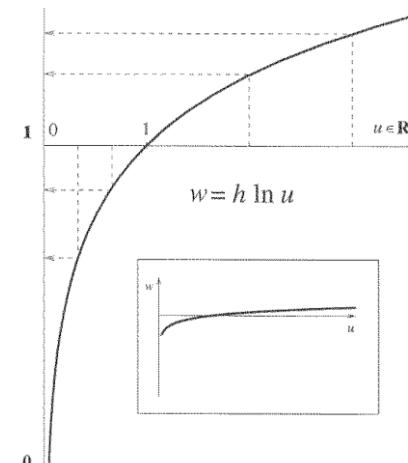


Рисунок 2.2. Переход от \mathbf{R}_+ к $\mathbf{R}^{(h)}$.
На вставке: то же для малых h .

Источник – (Литвинов, 2016)

и результаты идемпотентной математики были повторены в рамках тропической математики (и особенно в тропической линейной алгебре).

Заметим, что Н.Н. Воробьев в своих статьях развел некоторую версию идемпотентной линейной алгебры (с важными приложениями, в том числе для теории игр и математической экономики). Он предвидел многие аспекты будущей расширенной теории. Для обозначения идемпотентных полуоколец и идемпотентной математики он использовал термины “экстремальные алгебры” и “экстремальная математика”. К сожалению, идеи Н. Н. Воробьева в свое время не получили широкой известности, поэтому его терминология не прижилась и сейчас почти не используется.

2.5. Идемпотентная и линейная алгебра

Автором первой известной работы по идемпотентной линейной алгебре считается И. Клини. В его работе (Kleene, 1956) рассматриваются системы линейных алгебраических уравнений над несколькими экзотическим идемпотентным полуокольцом всех формальных языков с фиксированным конечным алфавитом. Однако идеи И. Клини оказались весьма общими и универсальными. После этого десятки авторов изучали матрицы с коэффициентами, принадлежащими идемпотентным полуокольцам, а также соответствующие приложения к дискретной математике, информатике, языкам программирования, лингвистическим задачам, конечным автоматам, проблемам оптимизации на графах, теории оптимального управления, дискретным системам событий и сетям Петри, стохастическим системам, оценке производительности компьютеров, вычислительным проблемам и т.д. Эти направления хорошо известны и широко представлены в литературе, см., например, (Дудников, Самборский, 1991), (Litvinov and Maslova, 2000), (Litvinov and Maslov (Eds.), 2005), (Воробьев, 1963, 1967, 1970).

Идемпотентная абстрактная алгебра пока не так хорошо развита, хотя с формальной точки зрения теория решеток, теория упорядоченных групп и полугрупп входят в состав идемпотентной алгебры. Тем не менее, имеется много интересных результатов и приложений, см., например, (Шпиз, 2000).

В частности, идемпотентная версия основной теоремы алгебры сформулирована в (Шпиз, 2000) для радикальных идемпотентных полуоколец (полуокольцо A называется *радикальным*, если уравнение $x^n = a$ имеет решение $x \in A$ для любого $a \in A$ и любого положительного целого n). Доказано, что \mathbb{R}_{\max} и другие радикальные полу поля алгебраически замкнуты в естественном смысле (Шпиз, 2000).

Известно четыре варианта идемпотентной математики над полу полями в качестве сложения может рассматриваться либо операция максимума, обозначаемая символом \oplus , либо операция минимума, обозначаемая как $\underline{\oplus}$. В качестве умножения может рассматриваться обычное умножение или сложение. Если в качестве умножения рассматривается обычное умножение, то элементы полу поля – неотрицательные числа, нулем служит обычный ноль. Если в качестве тропического умножения используется обычное сложение, то элементы полу поля – все вещественные числа. В качестве нуля используется либо $-\infty$, если сложение – операция максимума, либо ∞ , если сложение – операция минимума.

В последние годы особое внимание привлекают к себе вопросы тропической алгебраической геометрии, которые будут рассмотрены ниже.

3. Двойственность в тропической алгебре и геометрии

В этом разделе изложение следует препринту (Crowell and Ttran, 2016) находящемуся в открытом доступе <https://arxiv.org/pdf/1606.04880v1.pdf>. Основное внимание уделяется двойственности, начиная с самых простых примеров. При этом круг тропических алгебр сужается до двух: max-plus и min-plus на \mathbb{R} . Алгебра max-plus ($\mathbb{R}, \oplus, \odot$) определяется тропическим сложением $a \oplus b := \max(a, b)$ и тропическим умножением $a \odot b := a + b$. Алгебра min-plus ($\mathbb{R}, \underline{\oplus}, \underline{\odot}$) определяется как $a \underline{\oplus} b := \min(a, b)$, $a \underline{\odot} b := a + b$. Эти алгебры изоморфны через отображение $x \mapsto -x$, поэтому теоремы, справедливые для одной, имеют очевидные аналоги в другой. В качестве условного обозначения также используются обозначения с подчеркиванием, такие как $\underline{\oplus}, \underline{\odot}, \underline{\mathcal{H}}, \dots$ для обозначения объектов, определенных с помощью арифметики в тропической алгебре с min-plus, и обозначения с заглавной буквы $\overline{\oplus}, \overline{\odot}, \overline{\mathcal{H}}, \dots$ для обозначения тех же объектов, определенных с помощью арифметики в тропической алгебре max-plus.

3.1. Основы.

Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – матрица, $x \in \mathbb{R}^m$ – вектор, а $\lambda \in \mathbb{R}$ – скаляр. Как обычно, скалярно-векторное умножение определяется поэлементно $\lambda \odot x \in \mathbb{R}^m$, $(\lambda \odot x)_i = \lambda + x_i$ для $i \in [m] = \{1, 2, \dots, m\}$. Матрично-векторное умножение определяется $L \odot x \in \mathbb{R}^m$, $(L \odot x)_i = \min_{j \in [m]} \{L_{ij} + x_j\}$ для $i \in [m]$. Пара (x, λ) называется парой собственный вектор-собственное значение L , если

$$L \odot x = \lambda \odot x$$

или явно,

$$\min_{j \in [m]} \{L_{ij} + x_j\} = \lambda + x_i, \quad i \in [m]$$

Согласно теореме 2.1 из (Cuninghame-Green, 1962), матрица $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ имеет единственное тропическое собственное значение. Таким образом, можно говорить о тропическом собственном значении матрицы L , обозначаемом $\underline{\lambda}(L)$. Собственное тропическое пространство $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ равно

$$\underline{Eig}(L) = \{x \in \mathbb{R}^m : L \odot x = \underline{\lambda}(L) \odot x\}.$$

Тропическое сложение идемпотентно: $a \oplus a = a$ для $a \in \mathbb{R}$. В частности, здесь нет вычитания. Это отличает тропическую линейную алгебру от ее классического аналога. Например, детерминант A равен её перманенту, который равен

$$\underline{tdet}(L) = \bigoplus_{\sigma \in S_m} L_{1\sigma_1} \odot \cdots \odot L_{m\sigma_m} = \min_{\sigma \in S_m} (L_{1\sigma_1} + \cdots + L_{m\sigma_m})$$

Однако, поскольку тропические уравнения представляют собой всего лишь набор классических линейных уравнений и неравенств, многие тропические объекты могут быть вычислены с помощью линейного программирования. В статье (Crowell and Tram, 2016) приведены три примера, имеющих отношение к этой математической технике: вычисление тропического детерминанта (определителя), тропического собственного значения и тропического собственного пространства. Они приводятся ниже.

3.2. Тропический детерминант.

Оценка тропического детерминанта означает решение классической задачи о назначении. Представьте, что есть m рабочих мест и m работников, и каждому работнику нужно назначить ровно одну работу. Пусть L_{ij} – плата работнику i за выполнение работы j . Компания хочет найти задание с наименьшими затратами. Таким образом, минимальные затраты равны $\underline{tdet}(L)$.

Хотя существует $m!$ возможных соответствий, чтобы найти оптимальное соответствие, нет необходимости оценивать их все. Классическая задача о назначении, описанная выше, представляет собой линейную программу над многогранником перестановок и может быть эффективно решена с помощью венгерского метода (Kuhn, 1955).

3.3. Тропические собственные значения.

Теорема 3.1 (Cuninghame-Green, 1962). Матрица $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ имеет единственное собственное значение $\underline{\lambda}(L)$, которое равно минимальному среднему весу всех простых направленных циклов на m вершинах.

Средний вес цикла – это сумма ребер, деленная на количество ребер в цикле. Хотя простых циклов экспоненциально много, для вычисления $\underline{\lambda}(L)$ нет необходимости проверять их все. Вычисление собственного значения min-plus и max-plus – это линейные программы над многогранником нормализованного цикла, для которых существует эффективное решение.

3.4. Тропическое собственное пространство

Параллельно классической линейной алгебре тропическое собственное пространство матрицы $m \times m$ генерируется не более чем m экстремальными тропическими собственными векторами v_1, \dots, v_m , в том смысле, что любой $x \in \underline{Eig}(L)$ может быть записан как

$$x = a_1 \odot v_1 \oplus \dots \oplus a_m \odot v_m$$

для некоторых $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}$. Как множества, тропические собственные пространства являются политропами (Joswig and Kulas, 2010), названными так потому, что такое множество является одновременно тропическим и обычным многогранником, см. раздел 3.8 ниже. Чтобы найти $\underline{Eig}(L)$, сначала вычитается $\underline{\lambda}(L)$ поэлементно из L и сводится к случаю $\underline{\lambda}(L) = 0$. В этом случае численно может быть найдено значение кратчайшего пути от i до j на $G(L)$. Абстрактно, эти векторы являются векторами-столбцами звезды Клини из L . В следующем определении I обозначает единичную матрицу min-plus с нулями на ее диагонали и $+\infty$ в других местах.

Определение 3.2. Для $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ с $\underline{\lambda}(L) = 0$ звезда Клини из L , обозначаемая \underline{L}^* , равна

$$\underline{L}^* = I \underline{\oplus} (\bigoplus_{i=1}^m L^{\odot i})$$

Матрица $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ называется звездой Клини, если $\underline{M}^* = M$.

Теорема 3.3. Для $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ пусть c_1, \dots, c_m – векторы столбцов $(L - \underline{\lambda}(L))^*$. Тогда $\{c_1, \dots, c_m\}$ – множество тропических образующих $\underline{Eig}(L)$.

По этой причине звезды Клини играют фундаментальную роль в теории тропического спектра и, таким образом, были исследованы многими математиками. Они также известны как сильные транзитивные замыкания (Butkovič, 2012, §1.6.2.1) или матрица расстояний (Murota, 2003). Звезды Клини и, следовательно, тропические генераторы тропического собственного пространства могут быть вычислены путем умножения и сложения тропических матриц.

3.5. Тропический проективный тор.

Во многих экономических задачах важны только относительные оценки или цены, а не их абсолютные значения. В тропических терминах это означает, что оценки и цены являются точками в тропическом проективном торе \mathbb{TP}^{m-1} . Это должно быть наше окружающее пространство, когда мы говорим о геометрии в задачах проектирования механизмов.

Множество $S \subset \mathbb{R}^m$ замкнуто при тропическом умножении на скаляр, если для всех $a \in \mathbb{R}$ мы имеем $a \odot x = (a + x_1, \dots, a + x_m) \in S$ всякий раз, когда $x \in S$. Примеры включают образ матрицы $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$

$$\underline{Im}(L) = \{y \in \mathbb{R}: L \odot x, x \in \mathbb{R}^m\},$$

или его тропическое собственное пространство $Eig(L)$. Достаточно рассмотреть такое множество по модулю тропического умножения на скаляр. Определим отношение эквивалентности \sim на \mathbb{R}^m с помощью

$$(1) \quad x \sim y \Leftrightarrow x = ay \quad a \in \mathbb{R}^m$$

Пространство \mathbb{R}^m по модулю \sim называется тропическим проективным тором или тропическим аффинным пространством \mathbb{TP}^{m-1} . Явно, это \mathbb{R}^m по модулю прямой, охватываемой единичным вектором

$$\mathbb{TP}^{m-1} \equiv \mathbb{R}^m / \mathbb{R} \cdot (1, \dots, 1).$$

Обратите внимание, что тропическое умножение на скаляр не зависит от \max или \min , поэтому в одном и том же пространстве \mathbb{TP}^{m-1} можно говорить как о \max -plus, так и о \min -plus геометрических объектах, таких как тропические многогранники и размещение тропических гиперплоскостей.

Мы следуем соглашению в (Joswig and Kulas, 2010; Maclagan and Sturmfels, 2015) и идентифицируем \mathbb{TP}^{m-1} с \mathbb{R}^{m-1} , нормализуя первую координату с помощью следующего гомеоморфизма.

$$(2) \quad \mathbb{TP}^{m-1} \mapsto \mathbb{R}^{m-1}, [(x_1, \dots, x_m)] \mapsto (x_2 - x_1, \dots, x_m - x_1)$$

В частности, мы используем это отображение для визуализации множеств в \mathbb{TP}^2 . Конечно, можно было бы выбрать другие нормализации, такие как установка i -й координаты равной нулю для некоторого другого $i \in [m]$, или потребовать, чтобы сумма координат была постоянной.

Часто проверка того, замкнуто ли множество $S \subseteq \mathbb{R}^m$ при тропическом умножении на скаляр, является простой. В таких случаях будем писать $S \subseteq \mathbb{TP}^{m-1}$ без явного уведомления. В частности, будем записывать элемент $x \in \mathbb{TP}^{m-1}$ в качестве вектора в \mathbb{R}^m .

3.6. Тропические многогранники и гиперплоскости.

Центральными объектами в тропической выпуклой геометрии являются тропические многогранники и тропические гиперплоскости. Тропический многогранник содержит все тропические отрезки прямой (тропическую выпуклую оболочку) между любыми двумя его точками. Для каждого тропического многогранника существует порождающих его конечный минимальный набор точек. Тропический двойственный многогранник можно представить в виде пересечений тропических гиперплоскостей. Давайте уточним.

Определение 3.4. Тропический многогранник \min -plus, порожденный векторами $\{c_1, \dots, c_m\} \subset \mathbb{R}^m$, равен

$$\underline{tconv}(c_1, \dots, c_m) = \{z_1 \odot c_1 \oplus \dots \oplus z_m \odot c_m : z \in \mathbb{R}^m\}$$

Пусть L – матрица, i -й столбец которой равен c_i . Переписывая, получаем

$$\underline{Im}(L) = \underline{tconv}(c_1, \dots, c_m)$$

Сразу видно, что $\underline{tconv}(c_1, \dots, c_m) \subseteq \mathbb{TP}^{m-1}$, и что для констант $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{R}$,

$$\underline{tconv}(a_1 \odot c_1, \dots, a_m \odot c_m) = \underline{tconv}(c_1, \dots, c_m)$$

Таким образом, будем работать в \mathbb{TP}^{m-1} , рассматривая как $\{c_1, \dots, c_m\}$, так и их тропическую выпуклую оболочку как подмножество \mathbb{TP}^{m-1} . Обратите внимание, что для конкретного тропического многогранника P матрица L , такая что $\underline{Im}(L) = P$, определена только с точностью до тропических масштабов ее столбцов. Если не указано иное, мы изменим масштаб матрицы L так, чтобы на её диагонали были нули. Это связывает P с единственной матрицей L .

Для остальной части этого раздела задана матрица $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Пусть c_i обозначает ее i -й вектор-столбец. Тропический многогранник $\underline{Im}(L)$ также можно рассматривать в терминах его тропических опорных гиперплоскостей.

Определение 3.5. Для точки $p \in \mathbb{R}^m$, $j \in [m]$, \min -plus тропическая гиперплоскость с вершиной p , обозначаемая $\underline{\mathcal{H}}(p)$, представляет собой множество точек $z \in \mathbb{R}^m$, такое, что минимум в тропическом скалярном произведении

$$(3) \quad p^T \odot z = \min\{z_1 + p_1, \dots, z_m + p_m\}$$

достигается как минимум дважды. Аналогично, тропическая гиперплоскость \max -plus с вершиной p , обозначенной $\overline{\mathcal{H}}(p)$, представляет собой набор $z \in \mathbb{R}^m$, такой, что максимум в

$$(4) \quad p^T \odot z = \max\{z_1 + p_1, \dots, z_m + p_m\}$$

достигается по крайней мере дважды.

В классической линейной алгебре дополнением гиперплоскости является объединение двух открытых полупространств. В тропической линейной алгебре дополнением тропической гиперплоскости в \mathbb{TP}^{m-1} является объединение m открытых секторов.

Определение 3.6. j -й открытый сектор тропической гиперплоскости \max -plus с вершиной $-p$, обозначаемый $\overline{\mathcal{H}}_j(p)$, является таким множеством точек $z \in \mathbb{R}^m$, что максимум (4) достигается только в точке j . То есть,

$$\overline{\mathcal{H}}_j(p) := \{z \in \mathbb{TP}^{m-1} : z_j + p_j > z_k + p_k \quad \forall k \neq j\}$$

Его замыканием является j -й замкнутый сектор гиперплоскости \max -plus с вершиной $-p$,

$$\overline{\mathcal{H}}_j(p) := \{z \in \mathbb{TP}^{m-1} : z_j + p_j \geq z_k + p_k \quad \forall k \neq j\}$$

Множество $z \in \mathbb{R}^m$ такое, что максимум (4) достигается в точке j и, возможно, во второй координате.

Для матрицы $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ с нулевой диагональю пусть $L_1, \dots, L_m \in \mathbb{TP}^{m-1}$ – это m строк из L , рассматриваемых как векторы в \mathbb{TP}^{m-1} . Для упрощения записи запишите $\bar{\mathcal{L}}_j$ для $\overline{\mathcal{H}}_j(L_j)$, то есть,

$$\bar{\mathcal{L}}_j = \overline{\mathcal{H}}_j(L_j) = \{t \in \mathbb{TP}^{m-1} : L_{jk} + t_k \leq t_j \forall k \neq j\}$$

Пишем $\overset{\circ}{\bar{\mathcal{L}}}_j$ для соответствующего j -го открытого сектора $\overline{\mathcal{H}}_j(L_j)$

$$\overset{\circ}{\bar{\mathcal{L}}}_j = \overline{\mathcal{H}}_j(L_j) = \{t \in \mathbb{TP}^{m-1} : L_{jk} + t_k < t_j \forall k \neq j\}$$

Его граница $\bar{\mathcal{L}}_j \setminus \overset{\circ}{\bar{\mathcal{L}}}_j$ обозначается $\partial \bar{\mathcal{L}}_j$. При этом граница представляет собой объединение $m - 1$ полигиперплоскостей

$$\partial \bar{\mathcal{L}}_j = \bigcup_{k \in [m], k \neq j} \bar{\mathcal{L}}_{jk},$$

где k -й кусочек $\bar{\mathcal{L}}_{jk}$ – это множество

$$\bar{\mathcal{L}}_{jk} = \{t \in \mathbb{TP}^{m-1} : L_{jk} + t_k = t_j, L_{jk'} + t_{k'} < t_j \forall k' \neq j, k\}$$

Как и прежде, подчеркивание используем для обозначения аналогичной величины в min-plus. Например, $\underline{\mathcal{L}}_j$ – j -й сектор гиперплоскости min-plus с вершиной $-L_j$ в \mathbb{TP}^{m-1} , равен

$$\underline{\mathcal{L}}_j = \{t \in \mathbb{TP}^{m-1} : L_{jk} + t_k \geq t_j \forall k \neq j\}$$

Определение 3.7 (Расположение тропических гиперплоскостей). Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $L_1, \dots, L_m \in \mathbb{R}^m$ – её векторы строки. Рассмотрим множество тропических гиперплоскостей $\{\underline{\mathcal{H}}(L_i) : i \in [m]\}$ в \mathbb{TP}^{m-1} . Пересечения их различных секторов разделяют \mathbb{TP}^{m-1} на многогранный комплекс, называемый расположением тропических гиперплоскостей $\underline{\mathcal{H}}(L)$.

Определение 3.8 (Доминирующее расположение). Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $L_1, \dots, L_m \in \mathbb{R}^m$ – её векторы строки. Множество замкнутых секторов $\{\bar{\mathcal{L}}_i : i \in [m]\}$ в \mathbb{TP}^{m-1} называется макс-плюс доминирующим расположением L , обозначаемым $\overline{\mathcal{D}}(L)$. Аналогично, $\{\underline{\mathcal{L}}_i : i \in [m]\}$ – это мин-плюс доминирующее расположение L , обозначаемое $\underline{\mathcal{D}}(L)$.

Предложение 3.9 (MacLagan and Sturmfels, 2015). Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Тропическая гиперплоскость $\underline{\mathcal{H}}(L)$ является многогранным комплексом. Кроме того, объединение ограниченных клеток $\underline{\mathcal{H}}(L)$ равно $\underline{lm}(L)$.

3.7. Ковекторы

Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Каждая гиперплоскость в $\underline{\mathcal{H}}(L)$ разбивает \mathbb{TP}^{m-1} на m секторов. Нумерация секторов соответствует координате, при которой минимум достигается один раз. Для данной точки $p \in \mathbb{TP}^{m-1}$ мы можем запросить ее положение относительно тропических гиперплоскостей, связанных с L . Эта комбинаторная информация закодирована в ковекторах.

Определение 3.10. Мин-плюс ковектор (или комбинаторный тип) вектора $p \in \mathbb{TP}^{m-1}$ относительно $\underline{\mathcal{H}}(L)$, обозначаемый $\underline{coVec}_L(p)$, представляет собой матрицу в $\{0,1\}^{m \times m}$ с

$$\underline{coVec}_L(p)_{ki} = 1 \Leftrightarrow p \in \underline{\mathcal{H}}_k(L_i).$$

Можно думать о ковекторе как о матрице смежности двудольного графа (m, m) . Он имеет ребро (k, i) , если и только если p находится в секторе k гиперплоскости с вершиной в точке $-L_i$, i -й строки L . Ковекторы являются центральным понятием в тропической выпуклой геометрии. Эта идея была выдвинута в (Develin and Sturmfels, 2004) как комбинаторные типы (Jehiel, Moldovanu, and Stacchetti, 1996) и впоследствии получила дальнейшее развитие (Joswig and Loho, 2016).

Точки в одной и той же открытой клетке $\underline{\mathcal{H}}(L)$ имеют один и тот же ковектор. Таким образом, можно говорить о ковекторе клетки v из $\underline{\mathcal{H}}(L)$. Обозначим его $\underline{coVec}_L(v)$. Назовем $\underline{coVec}_L(v)$ обратимым, если для каждого $i \in [m]$ существует некоторое $j \in [m]$ такое, что $\underline{coVec}_L(v)_{ij} = 1$. Ниже приведена характеристика ограниченных клеток в расположении тропических гиперплоскостей по их ковекторам.

Лемма 3.11 (Develin and Sturmfels, 2004). Пусть $v \subset \mathbb{TP}^{m-1}$ – клетка в $\underline{\mathcal{H}}(L)$. Тогда v ограничено (как подмножество \mathbb{TP}^{m-1}) тогда и только тогда, когда $\underline{coVec}_L(v)$ обратима.

3.8. Политропы и тропические собственные пространства.

Определение 3.12. Политроп $P \subset \mathbb{TP}^{m-1}$ – это тропический многогранник, который также является обычным многогранником.

Термин политроп был введен в (Joswig and Kulas, 2010). Существует множество эквивалентных характеристик политропов. Здесь собраны те, которые имеют отношение к экономическим механизмам. Первые три результата являются классическими результатами, см. (MacLagan and Sturmfels, 2015). Последние два утверждения являются характеристиками Мураты, который называет политроп L -выпуклым множеством (Murota, 2003).

Предложение 3.13. Пусть $P \subset \mathbb{TP}^{m-1}$ – непустое множество. Следующие утверждения эквивалентны.

(1) P – политроп.

(2) Существует матрица $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ такая, что $P = \underline{Eig}(M)$.

(3) Существует матрица $M \in \mathbb{R}^{m \times m}$ такая, что

$$P = \{y \in \mathbb{TP}^{m-1}: y_i - y_j \leq M_{ij} \text{ for all } i, j \in [m]\}.$$

(4) $P = \underline{Im}(M^*)$ для единственной звезды Клини M^* .

(5) P – как мин-плюс тропический многогранник, так и макс-плюс тропический многогранник

(6) P – как минимальное плюс выпуклое множество, так и максимальное плюс выпуклое множество.

Как множество в \mathbb{TP}^{m-1} , многогранник P является компактным выпуклым многогранником размерности $k \in \{0, 1, \dots, m-1\}$. Назовем P полномерным, если он имеет размерность $m-1$. Политроп размерности $k < m-1$ в \mathbb{TP}^{m-1} получается путем вложения k -мерного политропа в k -мерное подпространство \mathbb{TP}^{m-1} , определяемое пересечениями гиперплоскостей вида

$$x_i = x_j$$

для некоторых $i, j \in [m]$. В матричных терминах это означает, что если мы запишем политроп P как $\underline{Im}(L)$, то как множество в \mathbb{TP}^{m-1} , точно $k+1$ из его столбцов (или строк) уникальны. Таким образом, часто бывает достаточно рассмотреть теорию для полномерных политропов.

3.9. Двойственность строк-столбцов и минимальные политропы.

Существует тривиальная двойственность между алгеброй \min и \max , вытекающая из того факта, что для $a, b \in \mathbb{R}$,

$$\min\{a, b\} = -\max\{-a, -b\}.$$

Это приводит к тривиальной двойственности между пространством строк и столбцов матрицы $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ следующим образом.

Лемма 3.14. Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Отображение $x \mapsto -x$ переводит $\underline{H}(L)$ в $\overline{H}(-L^T)$.

Существует более удивительная двойственность строк и столбцов

Теорема 3.15 (Develin and Bernd, 2004). Пусть $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$. Существует изоморфизм между многогранными комплексами $\underline{Im}(L)$ и $\underline{Im}(L^T)$, полученными путем ограничения кусочно-линейных отображений $z \mapsto y := L \odot (-z)$ и $y \mapsto z := (-z)^T \odot L$ на $\underline{Im}(L)$ и $\underline{Im}(L^T)$, соответственно.

Согласно части (5) предложения 3.13, изоморфизм в теореме 3.15 сводится к тривиальному отображению $y \mapsto -y$, индуцированному отображением $L \mapsto -L^T$ тогда и только тогда, когда L – звезда Клини, или, что эквивалентно, тогда и только тогда, когда $\underline{Im}(L)$ – политроп.

Когда $L = -L^T$, то $\underline{Im}(L)$ не только является макс-плюс и мин-плюс тропическим многогранником, но и имеет одинаковый набор генераторов макс-плюс и мин-плюс. Примером является стандартный минимальный политроп

$$\Delta_{m-1} = \text{conv}(0, e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_1 + \dots + e_m) + \mathbb{R} \cdot (1, \dots, 1),$$

где conv обозначает классическую выпуклую оболочку, а e_i – i -й стандартный базисный вектор в \mathbb{R}^m , то есть вектор с 1 в i -й координате и нулями в других. Обратите внимание, что для этого политропа его набор макс-плюс тропических образующих, мин-плюс тропических образующих и вершин как обычного многогранника совпадают. В некотором смысле это единственный политроп, обладающий таким свойством. Следующая теорема, по сути, является повторением (Murota. 2003, теорема 7.24). Это ключ к характеристике слабой монотонности при проектировании механизмов, см. раздел 6.1.

Определение 3.16. Многогранник $P \subset \mathbb{TP}^{m-1}$ размерности $k \in \{0, 1, \dots, m-1\}$ называется минимальным, если он, как классический многогранник имеет $k+1$ вершин.

Теорема 3.17. Пусть P – полномерный тропический многогранник в \mathbb{TP}^{m-1} . Тогда эквивалентны следующие

(1) P – полномерный минимальный многогранник.

(2) P – это как \min -plus, так и \max -plus полномерный тропический многогранник с одинаковым набором m образующих.

(3) С точностью до перестановок существует единственная матрица $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, такая, что $A = -A^T$, $P = \underline{Im}(A)$, и как подмножество \mathbb{TP}^{m-1} столбцы A уникальны.

(4) Звезда Клини A^* из P имеет вид

$$A_{ij}^* = p - p + a(A_{\Delta_{m-1}}^*)_{ij},$$

для некоторого вектора $p \in \mathbb{TP}^{m-1}$ и некоторого скаляра $a \in \mathbb{R}^m$, где $A_{\Delta_{m-1}}^*$ – звезда Клини из Δ_{m-1} .

(5) С точностью до перестановок существует вектор $p \in \mathbb{TP}^{m-1}$ и скаляр $a \in \mathbb{R}^m$ такие, что

$$(5) \quad P \equiv p + a \cdot \Delta_{m-1}$$

Доказательство. Предложение 3.13 подразумевает $(2) \Leftrightarrow (3)$ и $(4) \Leftrightarrow (5)$. Докажем $(1) \Leftrightarrow (5)$. Согласно (Murota 2003., теорема 7.24), любой политроп может быть регулярно разложен как объединения меньших политропов. Из этого доказательства, использующего расширение Ловаша (Lova'sz) соответствующих L -выпуклых функций над P , следует, что минимальные политропы являются в точности выпуклой оболочкой максимальных цепей на $\{0,1\}^m$. До перестановки на $[m]$ такая цепочка является лексикографической. Выпуклая оболочка лексикографической цепочки равна Δ_{m-1} . Таким образом, до перестановки, масштабирования и перевода минимальный политроп P равен Δ_{m-1} , по мере

необходимости. Теперь докажем $(5) \Leftrightarrow (2)$. Предположим, что P задается формулой (5). Тогда проще всего проверить, удовлетворяет ли он (2). И наоборот, предположим (2). Согласно (Murota, 2003, теорема 7.24), любая L -выпуклая функция над P также должна быть L -вогнутой. Таким образом, это должна быть классическая гиперплоскость. Таким образом, P имеет уникальное расширение Ловарша, которое подразумевает, что вплоть до масштабирования и трансляции оно должно быть симплексом, поддерживаемым цепочками $\{0,1\}^m$. Поскольку P полномерно, цепочка максимальна, и, таким образом, имеем (5).

3.10. Пример. Все вышеприведенные концепции могут быть проиллюстрированы в следующем примере. Пусть $m = 3$, $\delta \in [0,1]$ и $c_1 = (0, -1, -4)$, $c_2 = (0, \delta, 0)$, $c_3 = (0, -4, -1)$ – точки в \mathbb{TP}^2 . Сложив их вместе в виде векторов-столбцов, получим матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\delta & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пусть c_1, c_2, c_3 векторы в \mathbb{TP}^2 нормированы так, что i -я координата i -го вектора равна нулю, получим новую матрицу

$$L = \begin{pmatrix} 0 & \delta & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & \delta & 0 \end{pmatrix}$$

Пусть $P = \text{Im}(L)$. Можно проверить, что $P = \text{Im}(A)$. Матрица L – это единственная матрица с нулевой диагональю, связанная с P .

На графе $G(L)$ средние длины двух циклов равны $\frac{1}{2}(1 + \delta)$, $\frac{1}{2}(3 + \delta)$, и $\frac{3}{2}$. Средние длины циклов трех циклов равны $\frac{1}{3}(\delta + 3 + 4)$ и $\frac{1}{3}\delta$. Собственные циклы имеют нулевые средние длины циклов. Таким образом, для любого $\delta \in [0,1]$ мы имеем $\lambda(L) = 0$.

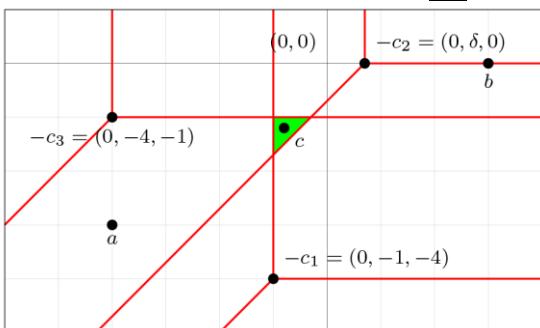
Пусть $\delta \in [0,1)$. Чтобы вычислить звезду Клини в созвездии L , следует заметить, что

$$L^{\underline{\oplus}^2} = \begin{pmatrix} 0 & \delta \underline{\ominus} (1 - \delta) & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 + \delta & \delta & 0 \end{pmatrix}, \quad L^{\underline{\oplus}^3} = \begin{pmatrix} 0 & -1 + \delta & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 + \delta & \delta & 0 \end{pmatrix}$$

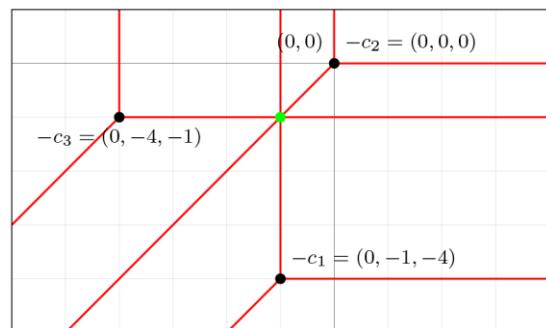
Таким образом, звезда Клини $L^* = L \underline{\oplus} L^{\underline{\oplus}^2} \underline{\oplus} L^{\underline{\oplus}^3} = L^{\underline{\oplus}^3}$. В этом случае тропическое собственное пространство $\underline{\text{Eig}}(L)$ имеет граневое представление

$$\underline{\text{Eig}}(L) = \{x \in \mathbb{R}^3 : -1 \leq x_1 - x_2 \leq -1 + \delta, -1 - \delta \leq x_1 - x_3 \leq -1, -\delta \leq x_2 - x_3 \leq 0\}.$$

На рисунке 3.1 показано расположение тропической гиперплоскости $\underline{\mathcal{H}}(L^T)$ для $\delta \in (0,1)$ на панели (A) и $\delta = 0$ на панели (B). Это расположение состоит из мин-плюс тропических гиперплоскостей, вершинами которых являются векторы столбцов $-L_1^T$, $-L_2^T$ и $-L_3^T$ из L . В первом случае зеленый треугольник посередине – это тропическое собственное пространство $\underline{\text{Eig}}(L)$. Во втором случае собственное тропическое пространство $\underline{\text{Eig}}(L)$ является зеленой точкой. Тропический многогранник $\text{Im}(L)$ состоит из ограниченных отрезков прямой от вершин $\underline{\text{Eig}}(L)$ до точек c_1, c_2, c_3 , помеченных их координатами.



(A) Случай $\delta > 0$.



Б) Случай $\delta = 0$. Тропическое собственное пространство сжимается в точку.

Рисунок 3.1. Расположение тропической гиперплоскости $\underline{\mathcal{H}}(L^T)$ для $\delta \in (0,1)$ (слева) и для $\delta = 0$ (справа).

Источник – (Crowell and Tran, 2016)

Ковекторы точек, обозначенных от a до c , задаются следующими матрицами.

$$\underline{\text{coVec}}_L(a) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\text{coVec}}_L(b) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\text{coVec}}_L(c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Важно отметить, что a и b лежат в неограниченных клетках тропической гиперплоскости, поэтому их ковекторы не обратимы, в то время как c лежит в ограниченной клетке, поэтому его ковектор обратим.

4. Геометрическое представление неделимого спроса

4.1. Допущения

У агента есть оценка $u: A \rightarrow \mathbb{R}$ для конечного набора пакетов $\mathbf{x} \in A \subseteq \mathbb{Z}^n$. То есть пакеты, сформированные из n различных товаров, которые состоят из неделимых единиц. Каждый из этих товаров может быть доступен в нескольких единицах по линейной цене. (Можно обрабатывать единицы товара по независимой цене, рассматривая их как разные товары.)

Обратите внимание, что пакет может быть отрицательным или со смешанным знаком: отрицательные координаты представляют единицы проданных товаров. Таким образом, модель допускает продавцов с нетривиальными функциями снабжения и более обычных торговцев, а также покупателей. Обратите также внимание, что область A наборов, которые агент считает возможными, может быть любым конечным множеством в \mathbb{Z}^n . Таким образом, агент может потребовать несколько единиц каждого товара. (Разные единицы одного и того же товара, конечно, неразличимы для агента.) Более того, A не обязательно должен содержать каждый целочисленный пакет в своей выпуклой оболочке. Также не обязательно A включать каждый пакет, доступный в экономике. В частности, если пакет полностью неприемлем для агента, его просто нет в A . (Это эквивалентно разрешению агенту оценивать некоторые пакеты в “ $-\infty$ ”, и это более удобно.)

Агент обладает квазилинейной полезностью, поэтому максимизирует $u(\mathbf{x}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$, где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ – вектор цены. Оценки не обязательно должны быть положительными или слабо возрастающими, и допускаются отрицательные цены, поэтому модель охватывает как “неудачи”, так и товары.

Позже (в 4.3) модель распространяется на конечный набор агентов: агент j будет иметь оценку u^j на целочисленных пакетах в конечной области A^j . Также в (Baldwin and Klempner, 2014, 2019) рассматривается конкурентное равновесие между этими агентами при наличии внешнего предложения. Таким образом, структура будет охватывать случай, в котором все трейдеры (включая всех продавцов) явно моделируются как агенты, то есть экономики обмена (для которых внешнее Предложение равно 0).

4.2. Локус цен безразличия (LIP)

Цены, по которым агент безразличен более чем к одному пакету — это цены, по которым востребованный им набор $D_u(\mathbf{p}) := \operatorname{argmax}_{\mathbf{x} \in A} \{u(\mathbf{x}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}\}$ содержит несколько пакетов:

Определение 4.1: Локус цен безразличия (LIP) равен $\mathcal{L}_u := \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n : |D_u(\mathbf{p})| > 1\}$.

В математической литературе это множество известно как “тропическая гиперповерхность, смотри, например” (Mikhalkin, 2004) и другие источники, но (Baldwin and Klempner, 2014, 2019) вводят новую терминологию, чтобы облегчить понимание экономистами.

Поскольку $u(\mathbf{x}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}$ квазилинейна (и, следовательно, также непрерывна), LIP содержит только цены, при которых спрос может изменяться в ответ на изменение цены, и представляет собой объединение $(n-1)$ -мерных линейных фрагментов, которые мы будем называть гранями. Границы разделяют области однозначности спроса (UDR), в каждой из которых некоторый пакет является единственным востребованным.

На рисунке 4.1(а) показан простой пример LIP. Агент однозначно запрашивает один из пакетов $(0,0)$, $(0,1)$, и $(1,0)$ в соответственно помеченной двумерной области, таким образом, эти области являются UDR. Агент запрашивает оба пакета $(0,0)$ и $(0,1)$ на отрезке линии $\{(p_1, 4) \in \mathbb{R}^2 : p_1 \geq 5\}$; это грань, как и два других показанных отрезка линии. Если бы вместо этого пакеты были сформированы из $n=3$ различных товаров, то грани были бы сформированы из плоских сегментов, разделяющих трехмерные UDR, и так далее в более высоких измерениях. Итак, формально мы определяем следующее:

Определение 4.2: Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Область однозначности спроса (UDR) в u – это множество всех цен, по которым только данный пакет в A пользуется спросом. То есть он имеет вид $\{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n : \{\mathbf{x}\} = D_u(\mathbf{p})\}$ для некоторого $\mathbf{x} \in A$.

2. Гранью \mathcal{L}_u является подмножество $F \subseteq \mathcal{L}_u$ такое, что существуют $\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in A$, $\mathbf{x}^1 \neq \mathbf{x}^2$, удовлетворяющие $F = \{\mathbf{p} \in \mathcal{L}_u : \mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2 \in D_u(\mathbf{p})\}$ и $\dim F = n-l$.¹

Таким образом, UDR включают все цены, которых нет в LIP, и для каждой грани есть пара пакетов, которые востребованы по всем её ценам.

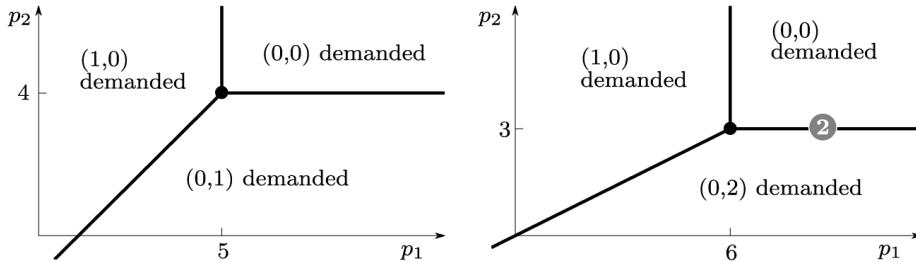
Границы содержат важную экономическую информацию: при любой цене \mathbf{p} в данной грани F агенту безразличен выбор между пакетами \mathbf{x} и \mathbf{x}' , требуемыми в UDR по обе стороны от F . То есть $u(\mathbf{x}) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = u(\mathbf{x}') - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x}'$, $\forall \mathbf{p} \in F$. Таким образом, $\mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ является постоянным для всех $\mathbf{p} \in F$. Следовательно, F является нормалью к вектору, который определяет изменение спроса, $\mathbf{x}' - \mathbf{x}$, между UDR по обе стороны от F . На рисунке 1(a), опять же, грань $\{(p_1, 4) \in \mathbb{R}^2 : p_1 \geq 5\}$ содержит цены, при которых спрос может измениться на $(0,0) - (0,1) = (0, -1)$, какой вектор нормален к этой грани.

¹ Далее всегда используются естественные размерности. Таким образом, размерность множества $F \subseteq \mathbb{R}^n$ является размерностью его аффинной оболочки, то есть размерностью наименьшего линейного подпространства $U \subseteq \mathbb{R}^n$ такого, что $F \subseteq \{\mathbf{c}\} + U$ для некоторого фиксированного вектора \mathbf{c} . Здесь и по всему тексту применяем к наборам сложение по Минковскому.

Таким образом, геометрия LIP сообщает нам направления изменения спроса между парами цен. Чтобы узнать, насколько сильно меняется спрос в любом направлении, указанном LIP, нам нужна еще одна информация – веса граней:

Определение 4.3: Пусть \mathbf{x}, \mathbf{x}' – пакеты, востребованные в UDR по обе стороны от грани F . Вес F , $w_u(F)$, является наибольшим общим делителем элементов $\mathbf{x}' - \mathbf{x}$.

Теперь $\frac{1}{w_u(F)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ является примитивным целочисленным вектором, то есть наибольший общий делитель его элементов равен 1. Итак, поскольку товары неделимы, это наименьшее возможное изменение пакета в направлении $(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$. Таким образом, вес грани, $w_u(F)$ – это целое число, на которое умножается наименьшее возможное изменение пакета при пересечении грани F .



- (a) $u(0, 0) = 0, u(1, 0) = 5, u(0, 1) = 4$. (b) $u(0, 0) = 0, u(1, 0) = 6, u(0, 1) = 1, u(0, 2) = 6$.

Рисунок 4.1. Примеры граней \mathcal{L}_u для двух значений u . Границы – это отрезки линии; помеченная грань (b) имеет вес 2. Пакет, востребованный в каждом UDR, помечен.

Источник – (Baldwin and Klempner, 2014)

На рисунке 1(b) показан LIP с гранью весом 2, а именно $\{(p_1, 3): \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \geq 6\}$, по которому спрос изменяется от $(0,0)$ до $(0,2)$, то есть удвоенное наименьшее изменение в этом направлении.

Вектор $(\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ направлен от UDR, у которого запрашивается \mathbf{x}' , к UDR, у которого запрашивается \mathbf{x} , в направлении, противоположном изменению цены. Но поскольку F является $(n-1)$ -мерным, существует единственный примитивный целочисленный вектор, нормальный к F и указывающий в этом направлении. Итак, мы доказали:

Предложение 4.4: 1. Если \mathbf{x}, \mathbf{x}' одинаково требуются по обе стороны грани F , то $\mathbf{p} \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{x})$ является постоянным для всех $\mathbf{p} \in F$. 2. Изменение спроса при изменении цены между ЕПД по обе стороны от F равно $w_u(F)$, умноженному на примитивный целочисленный вектор, номинальный для F , и указывает в этом направлении, противоположном изменению цены.

То есть LIP и его вектор весов, w_u , взятые вместе, содержат всю информацию о том, как меняется спрос между UDR.

4.2.1. Ценовой комплекс

Чтобы развить полную теорему эквивалентности (теорема 4.14), нужно понять, как u определяет “ценовой комплекс” из “клеток”; эти клетки обобщают грани.

Определение 4.5: Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Клетка ценового комплекса из u является непустым множеством $C \subseteq \mathbb{R}^n$ таким, что существуют $\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^k \in A$ с $k \geq 1$, удовлетворяющие $C = \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n: \mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^k \in D_u(\mathbf{p})\}$.
2. Ценовой комплекс – это набор всех ячеек ценового комплекса.
3. Клетки LIP – это клетки ценового комплекса, содержащиеся в LIP.

По непрерывности, замыкание UDR – клетка ценового комплекса: она включает в себя все точки, в которых востребован конкретный набор. Любая другая клетка ценового комплекса определяется спросом на два или более наборов, и так же является клеткой LIP.

Таким образом, на рисунке 1(a) клетки ценового комплекса представляют собой замыкания трех UDR; трех граней; а также точку $(5, 4)$, где агент безразличен ко всем наборам $(0,0)$, $(1,0)$, и $(0,1)$. Двумерные замыкания UDR пересекаются в одномерных гранях, которые пересекаются в клетке нулевой размерности.

Все это вписывается в стандартную схему из выпуклой геометрии, поэтому напомним следующие определения:

Определение 4.6: Рассмотрим евклидово пространство \mathbb{R}^n , такое как пространство цен.

1. Рациональный многогранник – это пересечение конечного набора полупространств $\{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n: \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \leq \alpha\}$ для некоторых $\mathbf{v} \in \mathbb{Z}^n$ и $\alpha \in \mathbb{R}$ (нам не нужно дополнительно ограничивать).
2. Грань многогранника C максимизирует $\mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ над $\mathbf{p} \in C$ для некоторого фиксированного $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$.
3. Внутренняя часть многогранника C равна $C^0 := \{\mathbf{p} \in C: \mathbf{p} \notin C \text{ для любой грани } C' \subsetneq C\}$.
4. Рациональный многогранный комплекс Π представляет собой конечное множество ячеек $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$, такую, что:

- (а) если $C \in \Pi$, то C является рациональным многогранником, и любая грань C находится в Π ;

(b) если $C, C' \in \Pi$, то либо $S \cap C = \emptyset$, либо $S \cap C'$ является гранью как C , так и C' .

5. K -клетка – это клетка размерности k . Грань — это клетка размерности $n - 1$.

6. Многогранный комплекс является k -мерным, если все его клетки содержатся в его k -клетках, то есть в клетках размерности k .

7. Взвешенный многогранный комплекс – это пара (Π, w) , где Π – многогранный комплекс, а w – вектор, присваивающий вес $w(F) \in \mathbb{Z}_{>0}$ каждой грани $F \in \Pi$.

Клетки ценового комплекса определяются наборами линейных равенств и слабых неравенств. Таким образом, легко показать следующий результат:

Предложение 4.7: 1. Комплекс *прайса* является n -мерным рациональным многогранным комплексом. 2. Клетки LIP, соединенные с весами граней, образуют $(n - 1)$ -мерный взвешенный рациональный многогранный комплекс.

Таким образом, если C является клеткой ценового комплекса, то каждая грань C' из C , удовлетворяющая $C' \subsetneq C$, также является клеткой ценового комплекса. При ценах в таком C' агент требует дополнительные пакеты к тем, которые он запрашивает в C . Но ее набор требований постоянен внутри клетки:

Лемма 4.8: $D_u(\mathbf{p}^0)$ постоянна для всех \mathbf{p}^0 внутри C° клетки C . Более того, $D_u(\mathbf{p}^0)$ определяет клетку: $C = \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n : D_u(\mathbf{p}^0) \subseteq D_u(\mathbf{p})\}$.

Напомним, что LIP \mathcal{L}_u является объединением его граней. И, наоборот, можно привести следующую лемму:

Лемма 4.9: Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. UDR являются связанными компонентами дополнения \mathcal{L}_u , и поэтому являются выпуклыми, n -мерными, открытыми и плотными, а n -клетки комплекса цен являются замыканиями UDR.

Таким образом, можно легко переключаться между LIP \mathcal{L}_u и его ценовым комплексом без ссылки на и или прямого применения определения 4.5, часть 1. Рисунок 4.1 иллюстрирует все эти моменты.

4.2.2. Вогнутость в оценках

Вогнутость оценки понимается в стандартном смысле "вогнуто-расширяемый", но с дополнительным свойством, поскольку допускается, что область может быть любым конечным подмножеством \mathbb{Z}^n :

Определение 4.10: Пусть $A \subsetneq \mathbb{Z}^n$ конечно, и пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. A является дискретно-выпуклым, если оно содержит все целые точки внутри своей выпуклой оболочки, то есть $\text{conv}(A) \cap \mathbb{Z}^n = A$.

2. Пусть $\text{conv}(u): \text{conv}(A) \rightarrow \mathbb{R}$ для минимальной слабовогнутой функции, везде слабо большей, чем и (иногда называемой "вогнутой мажорантой" u).

3. u является вогнутой, если A дискретно-выпукло и $u(x) = \text{conv}(u)(x)$ для всех $x \in A$.

Обычно, вогнутые оценки – это те, для которых каждый возможный пакет востребован по некоторой цене, и для которых спрос, установленный по любой цене, является дискретно-выпуклым точно так же, как для делимых, слабо вогнутых оценок, и по существу по тем же причинам:¹

Лемма 4.11: $u: A \rightarrow \mathbb{R}$ является вогнутым,

если для всех $x \in \text{conv}(A) \cap \mathbb{Z}^n$ существует \mathbf{p} таким, что $x \in D_u(\mathbf{p})$,

если $D_u(\mathbf{p})$ дискретно-выпукло для всех \mathbf{p} .

Оценка на рисунке 4.1(b) иллюстрирует несостоительность вогнутости: для нее ни одна цена \mathbf{p} не удовлетворяет $(0,1) \in D_u(\mathbf{p})$ и, например, $D_u(7,3) = \{(0,0), (0,2)\}$ не является дискретно-выпуклой.

Если слабо увеличивать оценку до тех пор, пока она не станет вогнутой, единственные значения, которые нужно изменить, – это значения для пакетов, которые ранее никогда не требовались. И увеличение стоимости любого никогда не востребованного пакета не влияет на поведение агента до тех пор, пока пакет не будет востребован лишь незначительно, когда оценка становится локально аффинной. Затем незначительно определенный пакет добавляется к пакету спроса по некоторым ценам, но никогда не востребован однозначно. Все остальные пучки требуются точно такими же, какими они были ранее, поэтому LIP остается неизменной. Например, на рисунке 4.1(b) увеличение $u(0,1)$ до 3 приводит к вогнутому значению, но не изменяет LIP. В более общем плане справедлива следующая лемма:

Лемма 4.12: Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Для каждого $x \in A$ выполняется $u(x) = \text{conv}(u)(x)$ тогда и только тогда, когда существует \mathbf{p} такое, что $x \in D_u(\mathbf{p})$.

2. $\mathcal{L}_u = \mathcal{L}_{u'}$, где u' – это ограничение $\text{conv}(u)$ на $\text{conv}(A) \cap \mathbb{Z}^n$.

4.3. Теорема об оценочно-комплексной эквивалентности

Теперь мы формулируем математический результат, экономические последствия которого важны и, как мы полагаем, новы: теорема об оценочно-комплексной эквивалентности. Это показывает, что множество в \mathbb{R}^n является границей оценки (т.е. локусом точек безразличия квазилинейной функции полезности) тогда и только тогда, когда оно обладает некоторыми легко проверяемыми геометрическими свойствами.

¹ Эти результаты проиллюстрированы примером из раздела 4.4. Для случая делимости см., например, работу (Mas-Colell, Whinston, and Green, 1995, с. 135–138), особенно предложение 5.C.1(v)), поскольку квазилинейная функция полезности эквивалентна стандартной функции прибыли с одним- технология вывода.

Согласно предложению 4.4, что, как только станут известны спрос в одном конкретном UDR и веса LIP, можно вывести спрос в каждом UDR, перейдя через ряд граней. Но если следовать за агентом по ценовому пути, который заканчивается там, где начался, спрос в конце должен быть таким же, как и в начале. Таким образом, веса на гранях должны удовлетворять условию балансировки:

Определение 4.13 (Mikhalkin, 2004): $(n - 1)$ -мерный взвешенный рациональный многогранный комплекс Π сбалансирован, если для каждой $(n - 2)$ -клетки $G \in \Pi$ веса $w(F_j)$ на гранях F_1, \dots, F_l , содержащих G , и примитивных целочисленные нормальные векторы V_{F_j} для этих граней, которые определяются фиксированным направлением вращения вокруг G^0 , удовлетворяют¹ $\sum_{j=1}^l w(F_j)V_{F_j} = 0$.

Например, рисунок 4.1(b) сбалансирован, потому что $2 \times (0,1) + 1 \times (-1,0) + 1 \times (1,-2) = 0$.

Это условие равновесия, является единственным условием, которому должен удовлетворять взвешенный рациональный многогранный комплекс, чтобы соответствовать некоторой оценке.

Однако эта оценка не уникальна. Во-первых, лемма 4.12, часть 2, показала нам, что каждая оценка приводит к тому же LIP, что и вогнутая оценка. Более того, изменение $u(x)$ путем добавления константы или увеличения пакета, требуемого по любой цене, на фиксированный пакет, оставляет LIP неизменной. Итак, чтобы определить уникальную вогнутую оценку, нам нужно указать спрос, установленный по некоторой цене, и стоимость одного пакета.

Теорема 4.14 — Теорема эквивалентности оценочного комплекса (Mikhalkin, 2004, Замечание 4.3 и Предложение 4.4): Предположим, что (Π, \mathbf{w}) является $(n - l)$ -мерным взвешенным рациональным многогранным комплексом в \mathbb{R}^n , что \mathcal{L} является объединением ячеек в Π , и что \mathbf{p} есть ли какая-либо цена, не содержащаяся в \mathcal{L} .

1. Существует конечное множество $A \subseteq \mathbb{Z}^n$ и функция $u: A \rightarrow \mathbb{R}$, такая, что $\mathcal{L}_u = \mathcal{L}$ и $\mathbf{w}_u = \mathbf{w}$, тогда и только тогда, когда (Π, \mathbf{w}) сбалансировано.

2. Если (Π, \mathbf{w}) сбалансировано, тогда существует конечное множество $A \subseteq \mathbb{Z}^n$ и уникальная вогнутая оценка $u: A \rightarrow \mathbb{R}$ такая, что $D_u(\mathbf{p}) = \{\mathbf{0}\}$, $u(\mathbf{0}) = 0$, $\mathcal{L}_u = \mathcal{L}$, и $\mathbf{w}_u = \mathbf{w}$.

Теорема 4.14 завершает демонстрацию эквивалентности между оценками u , LIPs \mathcal{L}_u и подходящими взвешенными многогранными комплексами (Π, \mathbf{w}) . В нашем дополнительном материале (Болдуин и Клемперер (2019, приложение C)) приведен пример его применения.

Условие балансировки аналогично критериям интегрируемости, таким как теорема Африата (см. например, (Vohra, 2011, теорема 7.2.1)). Но, в то время как Африат начал с (конечного) набора цен в сочетании со спросом, теорема 2.14 использует только информацию о геометрических разделениях в ценовом пространстве, созданных (неопределенными) изменениями спроса. Таким образом, мы можем развивать экономические идеи, интуицию и (контрпримеры), ссылаясь только на такие геометрические объекты, что может быть значительно проще, чем работать с явными оценками. Последующие разделы проиллюстрируют это.

4.5. Комплекс спроса

Двойственный нашему взвешенному ценовому комплексу — это "комплекс спроса" (в пространстве продуктов).

Определение 4.15: Пусть $A \subseteq \mathbb{Z}^n$ и $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. Клетки комплекса спроса, σ , для u — это пакет $\sigma := conv(D_u(\mathbf{p}))$ для некоторого $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$.

2. Комплекс спроса Σ_u — это набор всех клеток комплекса спроса для u .

3. Вершинами комплекса спроса являются его 0-клетки.

4. Ребрами комплекса спроса являются его 1-клетки.

5. Длина ребра — это число лежащих вдоль него примитивных целочисленных векторов, из которых оно образовано (т.е. его евклидова длина, деленная на евклидову длину параллельного примитивного целочисленного вектора).

Легко видеть, что каждая клетка в Σ_u является рациональным многогранником. Кроме того, мы имеем следующее:

Предложение 4.16: Комплекс спроса является рациональным многогранным комплексом с размерностью, равной $conv(A)$.

Мы поймем это Предложение с помощью альтернативного описания комплекса спроса, которое помогает интуиции, а также упрощает быстрое создание примеров. Во-первых, обратите внимание, что ясно, что справедливо следующее:

Лемма 4.17: $D_{conv(u)}(\mathbf{p}) = conv(D_u(\mathbf{p}))$ для всех $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$.

Теперь $conv(u)$ можно понимать как оценку делимых товаров. Таким образом, мы можем использовать стандартную конструкцию для вогнутой оценки: любой ценовой вектор определяет гиперплоскость, касательную к графику оценки агента, которая соответствует этому графику при заданном агентом спросе на эту цену. Но поскольку $conv(u)$ является лишь слабо вогнутой, некоторые касательные

¹ То есть возьмем любую достаточно маленькую окружность, расположенную вокруг точки в G и вписанную в двумерную плоскость, перпендикулярную G . Все векторы V_F должны быть направлены в одном направлении вокруг этой окружности.

гиперплоскости пересекаются с графом более чем в одной точке, а некоторые пакеты требований многозначны.

На рисунке 4.2(а) показаны точки $(x, u(x))$ для всех $x \in A$, а на рисунке 4.2(б) то же иллюстрируется с использованием столбцов. Возможные пакеты увеличиваются влево и вниз. Это наиболее четко выявит двойственность между совокупным спросом и совокупной взвешенной ценой.

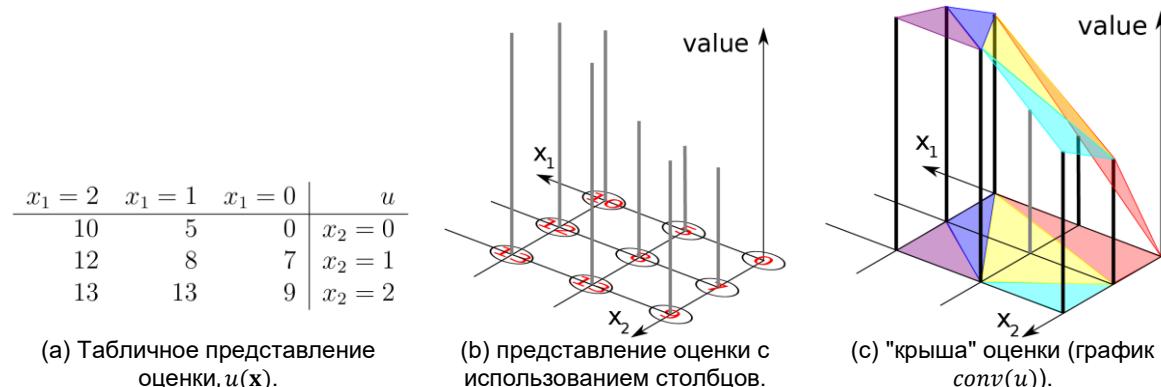


Рисунок 4.2. — Стоимостная оценка и ее «крыша».

Источник – (Baldwin and Klempner, 2014)

На рисунке 4.2(с) добавляется третье измерение График $\text{conv}(w)$ называется "крышей" оценки. Рисунок 4.2(с) иллюстрирует это. При любой цене p пакеты x , востребованные в соответствии с оценкой $\text{conv}(w)$, т.е. те, что максимизируют

$$\text{conv}(w)(x) - p \cdot x = (-p, 1) \cdot (x, \text{conv}(w)(x)).$$

То есть x запрашивается в точке p , если точка $(x, \text{conv}(w)(x))$ наиболее удалена от начала координат в направлении этой цены (т.е. в направлении $(-p, 1)$). Таким образом, пересечение крыши и опорной гиперплоскости представляет собой множество вида $\hat{\sigma} = \{(x, \text{conv}(w)(x)) \in \mathbb{R}^{n+1} : x \in D_{\text{conv}(w)}(p)\}$, где p таково, что $(-p, 1)$ является нормалью к гиперплоскости. Эти множества называются гранями крыши (см. Определение 4.6, часть 2). Проектирование такой грани из \mathbb{R}^{n+1} на ее первые n координат (в \mathbb{R}^n) просто дает множество $D_{\text{conv}(w)}(p) = \text{conv}(D_w(p))$ для этого p . Итак, имеем:

Лемма 4.18: $\hat{\sigma} \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$ – грань крыши проекции $\hat{\sigma}$ на ее первые n координат – это клетка $\sigma \subseteq \mathbb{R}^n$ комплекса спроса.

Таким образом, проектирование граней крыши в \mathbb{R}^n дает набор всех клеток комплекса спроса $\text{conv}(D_w(p))$. Это проиллюстрировано проекцией под крышей на рисунке 4.2(с) и комплексом спроса на рисунке 4.3(а).¹ Более того, ясно, что грани крыши являются гранями многогранника, а именно выпуклой оболочкой точек $(x, u(x))$. Таким образом, эти грани образуют многограничный комплекс. Предложение 4.16 следует из того факта, что проекция этого комплекса на его первые n координат взаимно однозначна

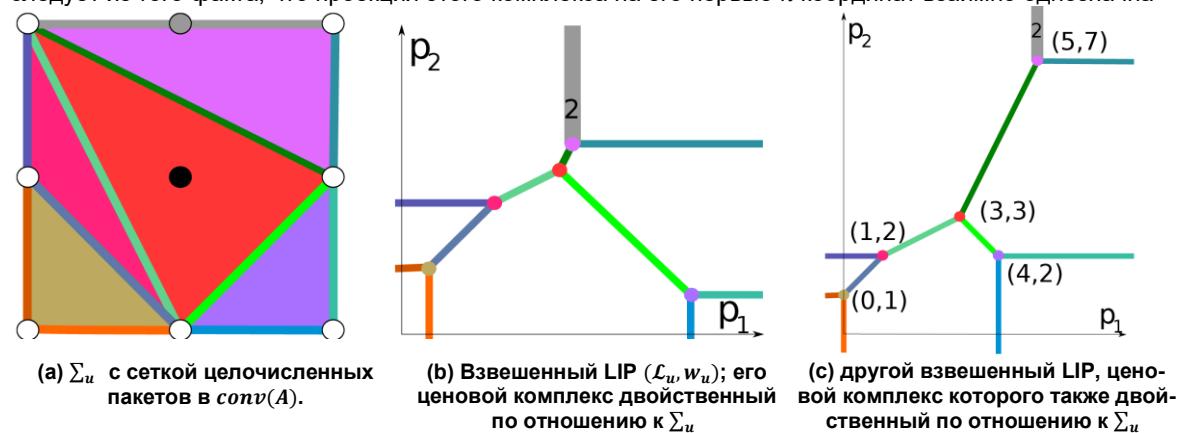


РИСУНОК 4.3.—(а)–(б). Источник – (Baldwin and Klempner, 2014)

¹ Изображение комплекса спроса начинается с клеток высшей размерности на сетке целочисленных наборов. Остальные клетки легко идентифицируются как грани клеток высшей размерности, в то время как сетка позволяет идентифицировать "длины" ребер и наборов в любой клетке. Мы опускаем оси, поскольку замена A на $A + c$ для некоторого $c \in \mathbb{Z}^n$ и переопределение и, соответственно, приводят к комплексу спроса, двойственному тому же взвешенному ценовому комплексу.

Комплекс спроса и взвешенный предел оценки u , приведены на рисунке 4.3.(а); двойственные геометрические объекты имеют одинаковый цвет, а затенение (черная вершина в 4.3 (а) не имеет двойственного объекта в 4.3 (б)). Взвешенные LIP оценки, отличной от u , также двойственной по отношению к комплексу спроса 4.3 (а), показан в 4.3(с).

На рисунке 4.3(а) показаны пять 2-мерные клетки (области), закрашенные в соответствии с соответствующими участками плоскостей крыши на рисунке 4.2(с). 2-мерные клетки разделены одиннадцатью ребрами (отрезками линии – 1-клетками), которые сами встречаются в семи вершинах (0-клетках) комплекса спроса.

Только "белые" круги представляют вершины вершинах комплекса спроса. Серые и черные круги представляют связки, которые не находятся в вершинах комплекса спроса, поскольку они не являются однозначно востребованными ни по какой цене. Действительно, комплекс спроса не может подсказать, востребованы ли когда-либо такие невершинные связки, как эти. Однако он показывает, что если невершинный пакет востребован по любой цене, то он востребован по цене (ценам), соответствующей тем клеткам, в которых он находится. Чтобы увидеть это, надо взять пересечение множества пакетов, востребованных по любой цене, с выпуклой оболочкой спроса по определенной цене \mathbf{p} и показать, что это множество равно $D_u(\mathbf{p})$. Во-первых, все пакеты в $D_u(\mathbf{p})$ находятся в этом пересечении. Во-вторых, из леммы 4.12, часть 1 следует, что если пакет x востребован по любой цене, то $u(x) = conv(u)(x)$. И напомним из леммы 4.17, что $conv(D_u(\mathbf{p})) = D_{conv(u)}(\mathbf{p})$. Если $x \in D_{conv(u)}(\mathbf{p})$ удовлетворяет $u(x) = conv(u)(x)$, то очевидно, что $x \in D_u(\mathbf{p})$. Итак, доказана следующая лемма:

Лемма 4.19 — Лемма о псевдоравновесных ценах (см. Milgrom, and Strulovici, 2009 , теорема 18)): Если существует какая-либо цена, по которой требуется x , то для всех \mathbf{p} , таких, что $x \in D_{conv(u)}(\mathbf{p})$, следует, что $x \in D_u(\mathbf{p})$.

4.6. Двойственность

Теперь можно увидеть поучительную (и прекрасную) двойственность между совокупностью спроса и совокупностью взвешенных цен.¹

Поскольку вершины комплекса спроса находятся в пакетах, которые однозначно востребованы по некоторой цене, они соответствуют UDR. И ребро комплекса спроса между вершинами x и x' указывает на существование цен \mathbf{p} , для которых пакет спроса содержит оба этих пакета. Более того, такие \mathbf{p} образуют (($n - 1$)-мерную) грань LIP, поскольку они определяются только одним ограничением равенства $u(x) - \mathbf{p} \cdot x = u(x') - \mathbf{p} \cdot x'$.² И, как показано в предложении 4.4, $\mathbf{p} \cdot (x - x') = const$ для всех этих ценовых векторов \mathbf{p} . Таким образом, каждая граница комплекса спроса нормальна к грани, которая соответствует ей в LIP. И в более общем плане справедливо следующее:

Предложение 4.20 — Двойственность: Существует биективное соответствие между комплексом спроса и взвешенным ценовым комплексом, связывающее: вершины комплекса спроса с замыканиями UDR; ребра комплекса спроса со взвешенными гранями LIP; и k -клетки σ комплекса спроса с $(n - k)$ -клетками C_σ ценового комплекса для $1 \leq k \leq \dim conv A$; такие, что:

1. $\sigma = conv(D_u(\mathbf{p}))$ iff $\mathbf{p} \in C_\sigma^0$;
2. $C_\sigma = \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n : \sigma \subseteq conv(D_u(\mathbf{p}))\}$;
3. обратные отношения включения: $\sigma \subsetneq \sigma'$ iff $C_{\sigma'} \subsetneq C_\sigma$;
4. двойственные клетки ортогональны: $(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \cdot (x' - x) = 0$ для всех $\mathbf{p}, \mathbf{p}' \in C_\sigma, x, x' \in \sigma$;
5. грань F_σ соответствует ребрам σ длины $w_u(F_\sigma)$.

Комплекс спроса и взвешенный предел оценки на рисунке 4.2(а) изображены на рисунках 4.3(а) и 4.3(б) соответственно; клетки, которые являются двойственными по отношению друг к другу, изображены в том же цвете.

Черная точка в Σ_u , представляющая пакет $(1, 1)$, не имеет соответствующего ей объекта в ТН – она "скрыта" внутри точки алого цвета в LIP.

Таким образом, 0-клетки LIP по ценам $(5, 7), (4, 2), (3, 3)$ и $(0, 1), (1, 2)$ двойственны фиолетовым, желто-зеленым и алым 2-клеткам комплекса спроса соответственно; девять граней LIP двойственны девяти соответствующим образом оформленным краям комплекса спроса; и каждый из семи UDR вокруг LIP двойственен одному из семи пакетов в белых кругах, которые являются семью вершинами комплекса спроса.

Обратите внимание, что темно-серый горизонтальный край в верхней части комплекса спроса проходит через связку и имеет вес 2 (в смысле определения 4.15, часть 5). Он двойственен темно-серой вертикальной грани LIP, которая, соответственно, имеет вес 2 и обозначена таким образом (см. Предложение 4.4). Все остальные ребра этого комплекса спроса имеют длину 1; все остальные грани LIP соответственно имеют вес 1.

¹ Конструкция использует двойственность Лежандра-Фенхеля (Murota, 2003). В работах (Baldwin and Klempner, 2014, 2019) используется теоретико-категориальная "двойственность", которая позволяет объекту иметь несколько эквивалентных "двойственостей".

² Если в A , лежащем на ребре, есть дополнительные точки, они не накладывают дополнительных линейно независимых ограничений на такое \mathbf{p} ; смотрите последующее обсуждение, относящееся к "темно-серому ребру".

Как отмечалось в предыдущем подразделе, ни серый пакет, ни черный пакет не находятся в вершине комплекса спроса, поскольку ни один из них заведомо никогда не востребован ни по какой цене, поэтому они также не соответствуют никаким UDR.

Более того, ни LIP, ни комплекс спроса не могут сказать нам, является ли когда-либо востребованным невершинный пакет, такое как одно из этих. Однако из леммы о псевдоравновесных ценах (лемма 4.19) мы знаем, что, поскольку центральная волнисто-затененная (пятисторонняя) клетка комплекса спроса является единственной клеткой комплекса спроса, в которой находится черный пакет, соответствующая волнисто-затененная 0-клетка LIP, в которой этот пакет “скрыт” указывает единственную цену (1,2), по которой этот пакет может быть востребован. Аналогично, поскольку темно-серый горизонтальный край в верхней части комплекса спроса является клеткой комплекса спроса с наименьшим размером, в которой находится серый пакет, соответствующая темно-серая вертикальная грань LIP, в которой этот пакет “скрыт”, указывает только цены $(4, p_2)$ для $p_2 \geq 8$ —см. рис. 4.3(b)), при котором этот пакет может быть востребован.

Фактически, согласно лемме 4.12, часть 1, $(x, u(x))$ находится в верхней части для невершинного пакета x — и поэтому пакет востребован — тогда и только тогда, когда оценка u аффинна в соответствующем диапазоне. Серый пакет является примером этого. Он находится в $(1,0)$, и его значение, 4, является средним из значений, 0 и 8, для пакетов $(0,0)$ и $(2,0)$, поэтому он востребован по ценам $\{(4, p_2) : p_2 \geq 8\}$.

Однако, если u не является вогнутым в не-вершинном расслоении, значение расслоения лежит строго под крышкой, поэтому оно никогда не требуется — оно “перепрыгивается” при переходе между UDR.

Черный пакет в центре комплекса спроса иллюстрирует это. Его стоимость по u строго ниже его стоимости по $conv(u)$, поэтому он находится строго под “крышкой” (см. рис. 4.2(c)) и заведомо не востребован ни по какой цене. Лемма о псевдоравновесных ценах (лемма 4.19) и Предложение 4.20, часть 1, позволяют охарактеризовать набор цен, по которым востребован пакет x , если он востребован по какой-то цене:

Следствие 4.21: *Предположим, что C_σ является минимальной клеткой комплекса спроса, такой, что $x \in \sigma$, и что x востребован по некоторой цене. Тогда $x \in D_u(p)$ iff $p \in C_\sigma$.*

Наконец, обратите внимание, что для любого отдельного комплекса спроса существует множество взвешенных LIP, которые удовлетворяют соотношениям соответствия и ортогональности предложения 4.20. Например, на рисунках 3(b) и 3(c) приведены два разных сбалансированных взвешенных значения — и, следовательно, две разные оценки, — которые оба являются двойственными по отношению к комплексу спроса на рисунке 3(a). Таким образом, естественно сгруппировать вместе все оценки, комплексы спроса которых либо одинаковы, либо отличаются только постоянным сдвигом на некоторый пакет x :

Определение 4.22: Две оценки u , u' имеют одинаковый комбинаторный тип, если одинаковы их комплексы спроса, или если существует $x \in \mathbb{Z}^n$ такой, что $\sigma \in \Sigma_u$ iff $\{x\} + \sigma \in \Sigma_{u'}$.

Легко перечислить все возможные комплексы спроса и примеры двойственных взвешенных LIPs, которые демонстрируют комбинаторный тип (таким образом, давая все “существенно разные” структуры спроса), если область не слишком велика —смотрите рисунки 10 и 11 примера B.2 в приложении B.2, где мы также приведите дальнейшее обсуждение рисунков 2 и 3.

4.7. Представление в пространстве цен в сравнении с пространством продуктов

Хотя взвешенный круг и комплекс спроса являются двойственными, существует важное различие: теорема об эквивалентности оценочного комплекса применима только к ценовому пространству. В пространстве продуктов, напротив, *неверно*, что каждый способ разделения $conv(A)$ на рациональный многогранный комплекс дает комплекс спроса. (Смотрите (Maclagan, Sturmfels, 2015), рисунок 2.9, для подразделения, соответствующие отсутствию LIP и, следовательно, отсутствию оценки.) Также, по-видимому, не существует какой-либо простой проверки того, какие многогранные комплексы в пространстве продуктов соответствуют какой-либо оценке. Таким образом, хотя мы можем разработать примеры, например, для проверки гипотез, работая с геометрическими объектами в ценовом пространстве, и быть уверенными, что соответствующие оценки будут существовать, это трудно сделать в пространстве продуктов.

Кроме того, LIPs показывает фактические цены, по которым востребованы пакеты, в то время как комплекс спроса показывает только наборы пакетов, среди которых агенту безразличны некоторые цены. Поскольку также гораздо проще агрегировать оценки агентов в пространстве цен (см. раздел 5.3), мы в основном работаем в ценовом пространстве.

Однако некоторая информация, которая только подразумевается во взвешенном LIP, становится очевидной в комплексе спроса, в пространстве продуктов. Например, в разделах 4.1 и 5 мы увидим, что низкоразмерная клетка LIP иногда “скрывает” важную деталь, которую гораздо легче увидеть в двухмерном объекте более высокого размера в комплексе спроса. Более того, самый простой способ рассчитать предел конкретной оценки часто заключается в том, чтобы сначала найти комплекс спроса (например, легко перейти от рисунка 4.2(a) к рисунку 3(a), а затем, используя двойственность, к рисунку 4.3(b); как правило, гораздо сложнее составить прогноз непосредственно на основе оценки).

Тот факт, что различные представления полезны в разных контекстах, делает особенно ценной способность легко переключаться между ними, используя двойственность.

5. Типы спроса

5.1. Определение типов спроса и сравнительная статика

В предыдущем разделе мы видели, что фасетные нормали LIP описывают, как изменяется спрос между UDR (Предложение 4.4). Таким образом, они дают все возможные направления изменения спроса (если такие имеются), которые, как правило, могут возникнуть в результате небольшого изменения цен. Таким образом, естественно классифицировать оценки по “типам спроса” в соответствии с этими нормалами граней.

Затем тип спроса при оценке дает нам сравнительную статическую информацию, аналогичную информации, которую матрица Слуцкого предоставляет для оценки делимых товаров по единой цене.

Определение 5.1: Пусть $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{Z}^n$ — набор ненулевых примитивных целочисленных векторов, таких, что если $v \in \mathcal{D}$, то $-v \notin \mathcal{D}$. *Тип спроса*, определенный с помощью \mathcal{D} , содержит значения, такие, что каждая грань \mathcal{L}_u имеет вектор нормали в \mathcal{D} .

Например, оценка на рисунке 1(а) относится к типу спроса $\pm\{(1,0), (0,1), (-1,1)\}$, как и многие другие оценки, такие как все те, что показаны на рисунках 5.8 (а)–(в). Оценка относится к любому типу спроса, который содержит нормали грани его LIP; ограничиваясь минимальным таким набором. Однако справедлива следующее утверждение:

Предложение 5.2: Каждый тип спроса, определяемый конечным набором примитивных целочисленных векторов \mathcal{D} , является минимальным типом спроса для некоторой оценки.

Доказательство.: Для каждой пары векторов $\pm\{v\} \in \mathcal{D}$ выберите (любую) одну гиперплоскость, нормальную к ним. Объединение этих гиперплоскостей является рациональным многогранным комплексом, и если применить вес 1 к каждой грани, то оно сбалансировано. Остается применить часть 1 теоремы об эквивалентности оценочного комплекса (теорема 4.14). Ч.Т.Д.

В силу двойственности (Предложение 4.20) мы могли бы эквивалентно классифицировать оценки в соответствии с направлениями краев их комплексов спроса.¹ Но из нашего описания становится ясно, что тип спроса обеспечивает общую сравнительную статику. Как обычно, мы говорим, что свойство выполняется для “общего” $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$, если оно выполняется для всех \mathbf{p} в плотном открытом подмножестве \mathbb{R}^n .

Предложение 5.3: Следующее эквивалентно для оценки u :

1. u относится к типу спроса \mathcal{D} ;

2. для любого $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n$ и для общего $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$, если $\exists \epsilon > 0$ такие, что \mathbf{p} и $\mathbf{p} + \epsilon\mathbf{t}$ находятся в разных UDR, и такие, что $\exists \epsilon' \in (0, \epsilon)$ такие, что $\mathbf{p} + \epsilon'\mathbf{t}$ находится в третьем отдельном UDR, то разница между связками, требуемыми в \mathbf{p} и $\mathbf{p} + \epsilon\mathbf{t}$, находится целое число, кратное некоторому вектору в \mathcal{D} .

Доказательство.: Обычно цена \mathbf{p} является ценой UDR, а прямая линия от \mathbf{p} в направлении \mathbf{t} пересекает грани только внутри них. При условии 2 таким образом пересекается только одна грань, поэтому изменение спроса задается вектором в \mathcal{D} . То, что условия 1 и 2 эквивалентны, теперь непосредственно вытекает из предложения 4.4. Ч.Т.Д.

Более того, поскольку область A конечна, реакция на любое конкретное изменение цены может быть, в общем, разбита на серию шагов такого вида. И что важно, как мы увидим, Предложение 3.3 раскрывает тесную взаимосвязь между типами спроса и стандартными экономическими описаниями сравнительной статики.

В работе (Baldwin and Klempner, 2014) обсуждались изменения неустойчивых цен (т.е. тех, которые не начинаются с UDR), а также дали другие эквивалентные характеристики типов спроса, но для наших целей будет достаточно предложения 5.3.

5.2. Заменители, дополнения и другие “Типы спроса”

Из этого прямо следует, что типы спроса дают простые характеристики знакомым понятиям, таким как обычные заменители, обычные дополнения и “сильные заменители”. Эти характеристики легче обобщить, чем стандартные, основанные на непосредственном наложении ограничений на u . Более того, они более четко выявляют и объясняют такие особенности, как отсутствие симметрии между заменителями и дополнениями.

Начнем с напоминания стандартных определений:

Определение 5.4—стандартное: Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1. u является обычной заменой, если для любых цен UDR $\mathbf{p}' \geq \mathbf{p}$ с $D_u(\mathbf{p}) = \{\mathbf{x}\}$ и $D_u(\mathbf{p}') = \{\mathbf{x}'\}$ мы имеем $x'_k \geq x_k$ для всех k таких, что $p'_k = p_k$.²

2. u является обычным дополнением, если для любых цен UDR $\mathbf{p}' \geq \mathbf{p}$ с $D_u(\mathbf{p}) = \{\mathbf{x}\}$ и $D_u(\mathbf{p}') = \{\mathbf{x}'\}$ мы имеем $x'_k \leq x_k$ для всех k таких, что $p'_k = p_k$.

¹ В работе Данилова, Кошевого и их соавторов эти векторы рассматривались в пространстве продуктов. Однако они не использовали их для создания таксономии спроса или, например, не интерпретировали их как предоставляемые сравнительную статистическую информацию. В работе (Baldwin and Klempner, 2012, 2014, 2019), напротив, разрабатывается общая концепцию для их понимания в экономических терминах.

² Здесь $\mathbf{p}' \geq \mathbf{p}$ означает выполнение неравенства по компонентам. Термин «обычные заменители» означает то, что большинство других авторов называют «заменителями»

3. u – сильные заменители, если, когда мы рассматриваем каждую единицу каждого товара как отдельный товар, это оценка для обычных заменителей.¹

Легко использовать Предложение 5.3, чтобы предоставить альтернативные, эквивалентные определения этих понятий как типов спроса. Для заменителей мы определяем и доказываем следующее:

Определение 5.5: (n -мерные) векторы обычных заменителей представляют собой набор ненулевых примитивных целочисленных векторов $v \in \mathbb{Z}^n$, содержащих не более одной записи с положительной координатой и не более одной записи с отрицательной координатой. Они определяют *тип спроса на обычные заменители* (для n товаров).

Предложение 5.6: Оценка является обычной оценкой заменителей, если и только если она относится к типу спроса на обычные заменители.

Доказательство. Пусть изменение спроса с ценами UDR p на цену UDR $p' \geq p$ происходит таким образом, что $D_u(p') = D_u(p)$. Запишем $t := p' - p$ и $\{x\} = D_u(p)$. Согласно предложению 3.3, мы можем выбрать \tilde{p} сколь угодно близко к p таким образом, что если $\tilde{p}'' = \tilde{p} + \epsilon t$ находится в первом UDR, отличном от x , на линии от p в направлении t , и если x'' требуется в p'' , то $x'' - x$ является целое число, кратное обычному вектору замещений. В частности (поскольку UDR открыты), мы можем выбрать такой \tilde{p} , чтобы он находился в том же UDR, что и p , и такой, чтобы $p + \epsilon t$ находился в замыкании UDR, содержащего p'' , подразумевая, что $x'' \in D_u(p + \epsilon t)$.

По стандартным результатам, $(x'' - x) \cdot (\tilde{p}'' - \tilde{p}) < 0$ (см., например, (Mas-Colell, Whinston and Green, 1995, Предложение 3.E.4)). Но $\tilde{p}'' - \tilde{p} = \epsilon t = \epsilon(p' - p) \geq 0$. Таким образом, $x'' - x$ должно иметь строго отрицательную координату для некоторого товара, цена которого строго возрастает от p к p' . Но $x'' - x$ является целым числом, кратным обычному вектору замещений, и поэтому имеет не более одной отрицательной координаты, поэтому спрос слабо возрастает на все товары, цена которых не меняется.

Если мы будем применять этот процесс повторно, пока не достигнем окончательной цены в том же UDR, что и p , мы будем делать один и тот же вывод на каждом шаге. Итак, в целом, Определение 5.4, часть 1 выполняется.

Рисунки 5.1 и 5.3(b)–3(c) иллюстрируют владение имуществом-заменителем; Рисунки 5.4 (b)-54(d), приведенные ниже, покажут, что это не удается. Таким образом, вектор, который нормален к грани выступа для заменителей, не может иметь двух ненулевых значений одного и того же знака. Чтобы понять необходимость этого, рассмотрим LIP с гранью, первая и третья координаты вектора, нормали которого имеют одинаковый знак. Повышение цены либо на товар 1, либо на товар 3 может привести нас к другому результату — снижению спроса как на товары 1, так и на товары 3. Таким образом, этот аспект создает взаимодополняемость по некоторым ценам и поэтому не может быть частью предложения заменителей. Смотрите пример B.3 (Baldwin, Klemperer? 219) для более подробного обсуждения.

Что касается комплементов, то изменение цены, снижающее спрос на товар, может, конечно, снизить (но не увеличить) спрос на другие товары:

Определение 5.7: (n -мерные) векторы обычных дополнений представляют собой набор ненулевых примитивных целочисленных векторов $v \in \mathbb{Z}^n$, все ненулевые элементы координат которых имеют одинаковый знак. Они определяют *тип спроса на обычные дополнения* (для n товаров).

Итак, применяя Предложение 5.3 таким же образом, как и в доказательстве предложения 5.6:

Предложение 5.8: Оценка является обычной дополняющей оценкой, если и только если она относится к типу обычного дополняющего спроса.

Отсутствие симметрии между заменителями и причина этого теперь ясны: обычные векторы дополнений могут иметь любое количество ненулевых элементов (одного и того же знака), но любая пара ненулевых элементов в обычном векторе заменителей должна иметь противоположные знаки, поэтому обычные векторы заменителей могут иметь по крайней мере максимум две ненулевые записи.

Характеристика сильных заменителей как типа спроса также дает их интуитивное описание:

Определение 5.9: Векторы сильных заменителей – это те ненулевые значения $v \in \mathbb{Z}^n$, которые имеют не более одной записи +1, не более одной записи -1 и никаких других ненулевых записей. Они определяют *тип спроса на сильные заменители*.

Предложение 5.10 — см. Болдуин и Клемперер (2014, следствие 5.20); и (Shioura and Tamura, 2015, теорема 4.1(i)): Оценка является сильной заменой, если и только если она вогнута и относится к типу спроса на сильные заменители.

Таким образом, на рисунках 1(a), 4(a) и 8(a)–(b) показаны оценки сильных заменителей.

Сейчас, в разделе 5.2 будет показано, что типы спроса также позволяют охарактеризовать важные новые классы оценок.

¹Это эквивалентно определению (Milgrom and Strulovici, 2009) — см. (Danilov, Koshevoy and Lang, 2003, следствие 5). Существует множество других эквивалентных определений (Shioura and Tamura, 2015), в частности, "M-вогнутость" оценки (Murota and Shioura 1999). Когда существует только одна единица каждого товара, это также эквивалентно "грубым заменителям" (Kleso and Crawford, 1982), но это название не проводит различия между обычными и сильнодействующими заменителями, когда доступно несколько единиц.

Переупаковка товаров, так что любая целочисленная упаковка все еще может быть получена путем покупки и продажи целочисленного набора новых пакетов, соответственно, конечно, унимодулярному изменению базиса, которое искажает границу, но сохраняет свою природу как "сложного". В частности, для унимодулярной $n \times n$ матрицы G , определяется (как это стандартно) "откат" оценки $u: A \rightarrow \mathbb{R}$ как $G^*u: G^{-1}A \rightarrow \mathbb{R}$ через $G^*u(\mathbf{x}) := u(G\mathbf{x})$. Тогда выполняется следующее:

Предложение 5.11—ср., например, Гурман (GORMAN, 1976, стр. 219–220): Пусть $u: A \rightarrow \mathbb{R}$, пусть G — унимодулярная матрица $n \times n$, и пусть G^*u — откат от u на G .

1. $\mathbf{x} \in D_u(\mathbf{p})$ iff $G^{-1}\mathbf{x} \in D_{G^*u}(G^T\mathbf{p})$;
2. $\mathcal{L}_{uG^*u} = G^T\mathcal{L}_u := \{G^T\mathbf{p}: \mathbf{p} \in \mathcal{L}_u\}$;
3. $u(\cdot)$ относится к типу спроса \mathcal{D} , тогда и только тогда, когда $G^*u(\cdot)$ относится к типу спроса $G^{-1}\mathcal{D} := \{G^{-1}\mathbf{V}: \mathbf{V} \in \mathcal{D}\}$.

Пример B.4 из (Baldwin and Klempner, 2019) дает иллюстрацию.

Некоторые экономические свойства оценок, конечно, изменяются в результате таких преобразований от одного типа спроса к другому: в частности, местные компромиссы (так, являются ли оценки заменителями или дополнениями и т.д.) Но многие важные свойства сохраняются — см. Предложение 4.7 ниже о равновесии, а также (Baldwin and Klempner, 2014), особенно раздел 5. Итак, полезно знать, например, что следующие типы спроса являются просто унимодулярными базисными изменениями сильных заменителей:

"Последовательные игры" см. (Greenberg and Weber, 1986), а также (Danilov, Koshevoy and Lang, 2003). Предварительное умножение векторов сильных заменителей, e^i и $(e^i - e^j)$, на верхнюю треугольную матрицу $1s$ (соответствующей размерности) дает векторы $\sum_{k=1}^j e^k$ и $\sum_{k=j+1}^i e^k$ для $i > j$ соответственно (и их отрицания). Это тип спроса на товары, которые имеют естественный фиксированный заказ и для которых любая непрерывная коллекция товаров может рассматриваться любым агентом как дополнение. Например, оценки для полос радиочастотного спектра или для "участков" морского дна, которые будут разрабатываться для морского ветра, могут иметь такую форму.

"Обобщенные валовые оценки заменителей и дополнений". Предварительное умножение векторов сильных заменителей на матрицу, сформированную из $\{e^i: i \leq k\} \cup \{-e^i: i > k\}$ для некоторого k , дает тип спроса, при котором товары могут быть разделены на две группы, причем товары внутри одной группы являются сильными заменителями, и каждый товар также может быть пример 1:1 взаимодополняемость с любым товаром из другой группы.

5.3. Типы спроса и совокупный спрос

Важной особенностью нашей классификации типов спроса, которая, в частности, значительно облегчает изучение равновесия, является то, что тип спроса, когда агрегируются оценки от нескольких агентов, является просто объединением наборов векторов, которые формируют типы спроса отдельных агентов.

Итак, теперь J — конечное множество агентов: агент $j \in J$ имеет оценку u^j для целых наборов в конечном множестве A^j . Их совокупный спрос — это, конечно, сумма индивидуальных запросов (по Минковскому), но, чтобы применить к этому наши методы, мы хотим рассматривать это как требование одного "совокупного" агента.

Определение 5.12: Совокупная оценка $\{u^j: j \in J\}$ — это оценка u^J с областью $A = \sum_{j \in J} A^j$ такая, что $D_{u^J}(\mathbf{p}) = \sum_{j \in J} D_{u^j}(\mathbf{p}) \forall \mathbf{p} \in \mathbb{R}^n$.

Агрегированные оценки не определены однозначно. Однако это не имеет значения: поскольку наборы совокупного спроса однозначны, такие свойства, как вогнутость агрегированных оценок, также однозначны, а взвешенный по совокупности LIP уникален. (Тот факт, что мы можем построить совокупный LIP из отдельных LIP, не зная формы u^J — то есть без использования какой-либо громоздкой формулы для u^J — является важным преимуществом агрегирования в пространстве цен.)

В остальной части этого подраздела доказывается и обсуждается следующая лемма:

Лемма 5.13: Задан конечный набор оценок $\{u^j: j \in J\}$:

1. существует совокупная оценка u^J ;

2. $\mathcal{L}_{u^J} = \bigcup_{j \in J} \mathcal{L}_{u^j}$,

3. если F является гранью \mathcal{L}_{u^J} , то $w_{u^J}(F) = \sum_{F_j \in \mathcal{F}} w_{u^j}(F_j)$, в котором \mathcal{F} — это множество всех граней отдельного \mathcal{L}_{u^j} , которые содержат F .

Следствие 5.14: Вся совокупность индивидуальных оценок относится к типу спроса \mathcal{D} , если каждая совокупная оценка каждого конечного подмножества из них относится к типу спроса \mathcal{D} .

Например, на рисунках 5.4 (а)-(б) показаны оценки Элизабет и Пола для гостиничных номеров в нашем вводном примере, если мы расширим обе оценки до полной области $[0,1]^2$. Элизабет рассматривает комнаты как заменители; ее оценка составляет $u^s(x_1, x_2) = \max\{40x_1, 30x_2\}$ (рис. 4(a)). Пол рассматривает их как взаимодополняющие; его оценка $u^c(x_1, x_2) = \min\{50x_1, 50x_2\}$ (рис. 4(b)).

Легко видеть, что набор совокупного спроса состоит из уникального пакета, если это делают все индивидуальные наборы спроса (и, таким образом, для доказательства леммы 5.13, часть 2; см. также (Murota, 2003), раздел 11.2). Таким образом, на рисунке 4(с) показаны совокупные значения LIP $\mathcal{L}_{u^{(s,c)}}$ для

оценок u^s и u^c . Очевидно, что тип спроса содержит индивидуальные оценки, если он содержит какую-либо совокупную оценку (следствие 5.14).

Из совокупного LIP мы можем получить новый взвешенный ценовой комплекс обычным способом (лемма 4.9). Его клетки являются пересечениями ячеек из отдельных ценовых комплексов. Таким образом, цена (30,20) на рисунке 4(c) представляет собой 0-ячейку на границе четырех различных граней. Запишите Π для подкомплекса ячеек LIP. Изменение совокупного спроса между любой парой цен представляет собой сумму изменений индивидуального спроса. Таким образом, вес любой грани F совокупного выступа равен сумме весов всех граней F' отдельных выступов, для которых $F \subseteq F'$ (что доказывает лемму 5.13, часть 3). И поскольку взвешенный многогранный комплекс (Π, w) является производным от сбалансированных комплексов, он сам по себе сбалансирован, и поэтому (используя теорему 4.14, часть 1) он является пределом некоторой оценки (таким образом, выполняется лемма 5.13, часть 1).

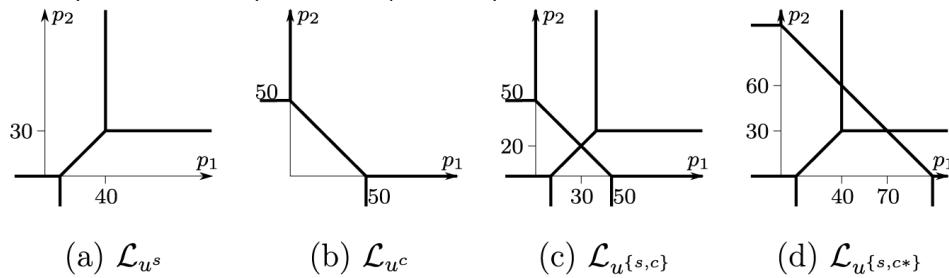


Рисунок 5.4. — Результаты: (а) оценки; простого замещения и (б) простой дополняющей оценки.

Источник – (Baldwin and Klempner, 2019)

Совокупный результат: (с) показанных оценок заменителей и дополнений; и (д) показанной оценки заменителей и дополнительной оценки, при которой совокупность обеих комнат вместе имеет более высокую стоимость (которая превышает $u^s(1,0) + u^s(0,1)$).

Однако невозможно найти комплекс спроса для совокупной оценки, используя только отдельные комплексы спроса: комплекс спроса не соответствует уникальной оценке, и разные оценки могут агрегироваться по-разному.

Например, комплексы спроса, соответствующие LIP на рисунках 5.4 (а)-(б), показаны на рисунках 5.5(а)-(в). Комплекс спроса, соответствующий их совокупному пределу (рис. 4(в)), показан на рис. 5(в); его область равна $\{0,1\}^2 + \{0,1\}^2 = \{0,1,2\}^2$. Если оценка Пола увеличится до $u^{c*}(x_1, x_2) = \min\{100x_1, 100x_2\}$, то его комплекс спроса останется таким же, как на рисунке 5(б). Однако LIP $\mathcal{L}_{u^{(s,c*)}}$ показан на рисунке 4(д), а его комплекс спроса соответствует комплексу спроса на рисунке 5(д). Таким образом, не существует уникального комплекса совокупного спроса, соответствующего комплексам спроса на рисунке 5(а) и рисунке 5(б).

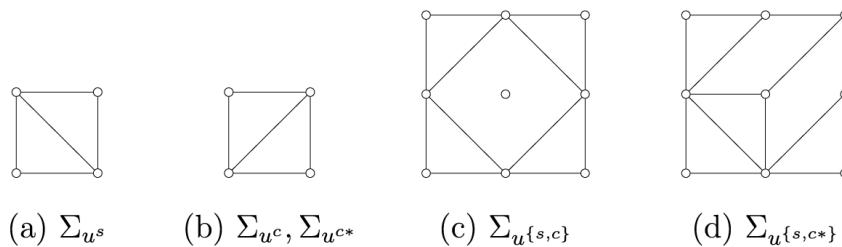


Рисунок 5.5. — Комплексы требований, аналогичные показанным на рисунках 4(а)–(г), когда каждая грань имеет вес 1. (Пакеты в областях оценок показаны без цветовой маркировки.)

Источник – (Baldwin and Klempner, 2014)

5. Механизмы

Настоящий раздел – краткий пересказ (Crowell and Tran, 2016). Выбор именно этой работы связан с тем, что в ней наиболее ярко представлена роль тропической геометрии с демонстрацией ее особенностей. Работа находится в свободном доступе в <https://arxiv.org/pdf/1606.04880v1.pdf>.

Согласно (Crowell and Tran, 2016, 2018) механизмы – это игры, разработанные для достижения целевого результата в экономике с информационными ограничениями. Хорошо продуманный механизм правдиво выявляет личную информацию агентов с учетом их стратегического поведения. Важный класс составляют механизмы с совместимой со стимулами доминирующей стратегией (D-IC). При квазилинейных полезностях классическая теорема Роше (Rochet, 1987) утверждает, что механизм является (D-IC) тогда и только тогда, когда все циклы на определенном взвешенном графе неотрицательны. С этим условием, известным как циклическая монотонность (Rockafellar, 1970), довольно трудно работать в теории. Многие работы были посвящены выявлению областей, в которых для (D-IC) достаточны более простые условия, такие как слабая монотонность, см. (Braverman, Hassidim, and Monderer, 2010) и дополнительные ссылки в (Sergeev, 2009). В частности, Сакс и Ю (Saks and Lan Yu, 2005) показали, что если

пространство типов выпуклое, то слабая монотонность подразумевает (D-IC). В (Ashlagi, et all 2010) показано обратное: если пространство типов не является выпуклым, то можно построить механизм, который является слабо монотонным, но не (D-IC).

Статья (Crowwell and Tran, 2016) содержит три основных результата. Для пространства произвольного типа T дана геометрическая характеристика всех возможных механизмов (теорема 4.2), всех возможных слабомонотонных механизмов (теорема 4.11) и всех возможных (D-IC) механизмов (теорема 4.6), которые могут возникнуть на T . Эти результаты упрощают проверку и визуализацию совместимости стимулов как теоретически, так и вычислительно. В частности, получены простые доказательства ряда известных результатов, в том числе результатов (Saks and Yu, 2005) и (Ashlagi, et all, 2010). Предлагаемые доказательства дают четкое представление о том, как правило распределения и геометрия пространства типов влияют на (D-IC) и слабую монотонность, при этом они значительно короче существующих.

Предлагаемая в (Crowwell and Tran, 2016) характеристика также позволяет унифицировать результаты об эквивалентности доходов, такие как приведенные в (Chung and Olszewski, 2007; Vohra, 2011). Полученная здесь характеристика эквивалентности доходов подчеркивает роль геометрии. Несмотря на то, что они менее общие, чем у (Heydenreich et all, 2009), эти результаты явно проясняют взаимодействие правил распределения с геометрией пространства типов для эквивалентности доходов. Что еще более важно, это показывает, как предположения, относящиеся к эквивалентности доходов и слабой монотонности, могут различаться и почему. Например, они создают пространства типов, для которых существуют различные реализуемые правила, которые могут быть или не быть эквивалентны доходу.

6 Аукционы

Настоящий раздел посвящен не столько тропической математике, сколько реальным фактам ее эффективного применения. Для начала стоит сказать спасибо Полу Клемпереру за подробное описание событий, в которых он участвовал (Klemperer, 2008). Фактически он по горячим следам описал и схему аукциона и события, предшествующие проведения аукциона, организованного в конце 2007 – начале 2008 года, чтобы помочь Банку Англии справиться с кредитным кризисом, и упущенные США возможности по использованию той же схемы, но начнем с проблемы. В своей статье Клемперер не приводит полную информацию о конкретных целях и ограничениях Банка Англии. Обсуждаются не все проблемы Банка Англии, и некоторые из вопросов, которые обсуждаются, имеют незначительное значение для Банка Англии или вообще не имеют никакого значения. Более того, общее решение, которое Клемперер описывает в своей статье, содержит гораздо больше функций, чем, вероятно, потребуется Центральному банку.

6.1. Проблема

Кредитный кризис, ставший проблемой Банка Англии, начался в начале августа 2007 года с краха Northern Rock¹ в середине сентября начался осенью 2007 года. Только через несколько месяцев после начала кредитного кризиса Банк проконсультировался Клемперером, поскольку ситуация заставила.

В конце сентября и первой половине октября Банк Англии провел четыре аукциона по предоставлению банкам дополнительной ликвидности, но ни на один из них не поступило заявок (по причинам, которые Клемперер не считал нужным комментировать). Вскоре после этой неудачи банк проконсультировался с Клемперером и тот получил помощь от Джереми Бюлова и Даниэля Маршалека. Начиная с декабря, Банк проводил дополнительные простые (более успешные) аукционы, разрабатывая и рассматривая идеи, обсуждаемые здесь. После февраля 2008 года в исходных идеях практически ничего не изменилось, но сохраняющаяся нестабильность на финансовых рынках и тот факт, что простые аукционы, начавшиеся в декабре 2007 года, достигали основных целей Банка, означали, что процесс консультаций с контрагентами и т.д. начался только в октябре 2008 года.

Банк срочно хотел предоставить банкам ликвидность и был готов принять более широкий спектр залогового обеспечения, чем он традиционно принимал, если это было необходимо для предоставления кредита на желаемую сумму. Но при более слабом обеспечении он хотел получить соответственно



Рисунок 6.1. Northern Rock bank (Сентябрь. 2007)
Источник – (Klemperer, 2016)

¹ Northern Rock — британский банк, основанный в 1965 году. В лучшие времена расцвета банка вкладчики хранили в нём 24 миллиарда фунтов стерлингов своих средств и в нём работало до 6400 человек.

более высокую процентную ставку. Кроме того, поскольку финансовые рынки движутся быстро, любой аукцион должен был проводиться в одно мгновение – многоэтапный аукцион был исключен, так как участники торгов, которые ранее подали самые высокие ставки, могли передумать о желании стать победителями до закрытия аукциона, а также потому, что сами финансовые рынки могли подвернуться влиянию эволюцией аукциона, увеличивающей трудности проведения торгов и провоцирует манипуляции.

Одна и та же схема эффективна для проведения аукциона с несколькими товарами-заменителями в тех случаях, когда проведение нескольких раундов аукционов невозможно. Это простой в использовании статический механизм (закрытая заявка). Но, подобно двустороннему аукциону с одновременным проведением нескольких раундов, он позволяет участникам торгов делать ставки на множественный доступ одновременно, а участникам торгов выбирать функции поставки по всем активам. Таким образом, заявки на различные активы вынуждены конкурировать друг с другом. Такая схема обеспечивает больший объем, большую эффективность, лучшую информацию и больший доход, чем проведение нескольких статических аукционов (с закрытыми ставками).

Аналогичная проблема, с которой сталкивается Банк, возникает у фирмы, которая может поставлять несколько разновидностей продукта (по разным ценам), но с общим ограничением производственных мощностей, клиентам с различными предпочтениями между этими разновидностями продукта, и где транзакционные издержки или другие временные трудности делают проведение аукционов в несколько раундов невозможным. (Многочисленные разновидности продукта могут включать разные пункты доставки, разные гарантии или разные ограничительные условия использования.) Потенциальный эффект обратной связи между финансовыми рынками и любым динамичным аукционом кажется особенно серьезным в этом контексте.

В начале 2008 года Клемперер предложил свою версию Банку Англии, проводившему консультации по этому предложению. В ходе консультаций выяснилось, что Пол Милгром независимо развивал связанные идеи.¹ В его работе (Milgrom, 2008) показывает, как очень элегантно представлять широкий спектр предпочтений участников торгов, в то же время ограничиваясь заменяемыми предпочтениями, а его высокоеффективный подход линейного программирования приводит к целочисленному распределению, когда требования и ограничения целочисленные – это свойство может быть очень полезным. важно в некоторых приложениях, даже если это не относится к такому контексту, как Банк Англии, для которого предложение Клемперер кажется более простым и прозрачным. А осенью 2008 года Клемперер, Милгром и другие сделали аналогичное предложение Казначейству США (которое могло бы принять аналогичный дизайн, если бы не отказалось от своих планов по покупке низкокачественных активов).

С аналогичной проблемой был связан план Казначейства США по программе возвращения проблемных активов (TARP)² осенью 2008 года, предполагалось потратить до 700 миллиардов долларов на покупку низкокачественных ценных бумаг, обеспеченных ипотекой. Как указывалось выше, волатильность финансовых рынков и их чувствительность к новостям сделали бы проведение многораундового аукциона проблематичным.

Схема, подобная принятой Банком Англии, была бы полезна и могла бы быть использована в США, если бы Министерство финансов США придерживалось своего первоначального плана потратить большую часть своего финансирования TARP в размере 700 миллиардов долларов на покупку проблемных ценных бумаг, обеспеченных ипотекой.

Джереми Бюлоу, Джон Левин, Пол Милгром и Клемперер сделали совместное предложение Министерству финансов США. Другие консультанты также предлагали статичную схему (закрытая заявка), и вполне вероятно, что была бы использована схема закрытой заявки, хотя некоторые консультанты, включая Аусубела и Крамтона (Ausubel, and Cramton, 2008), утверждали, что одновременный многораундовый аукцион был жизнеспособен, несмотря на трудности, описанные выше.

А поскольку существовало большое количество тесно связанных, но дифференцированных активов, некоторые из которых имели очень концентрированную собственность, аукцион, на котором покупатель просто заранее указывал количество каждого типа ценных бумаг для покупки, не обеспечил бы адекватной конкуренции.

Рассматриваем Центральный банк (далее “Банк”), который хочет предоставить ссуду на определенную сумму и предпочитает делать это под более качественное обеспечение и по более высоким процентным ставкам. Аукцион должен состояться в один и тот же момент времени.

Наиболее простой подход (и тот, который принят Банком Англии в ожидании разработки этих предложений) заключается в проведении отдельных аукционов с закрытыми ставками для обеспечения высокого и низкого качества.

Конечно, у такого подхода есть существенная проблема, заключающаяся в том, что Банк вынужден выбирать, какую сумму предложить под каждое обеспечение, прежде чем изучать предпочтения участников торгов. Кроме того, участники торгов хотели бы выяснить разницу между расчетными ценами различных аукционов перед началом торгов, но не могут этого сделать и вместо этого вынуждены строить

¹ Поэтому позже они работали вместе с Министерством финансов США

²Troubled Asset Relief Program

предположения о том, какой аукцион предложит им наилучшую стоимость¹. Таким образом, результаты непредсказуемы и неэффективны: средства вряд ли достанутся тем, кто их больше всего ценит, а те участники торгов, которые их выигрывают, могут быть неэффективно распределены между залоговыми активами.

Кроме того, когда средства под отдельные залоги выставляются на аукцион отдельно, предложения, сделанные под одно обеспечение, не обеспечивают конкурентной дисциплины по отношению к предложениям, сделанным под другие залоги. Таким образом, каждый отдельный аукцион более чувствителен к влиянию рынка, манипуляциям и информационной асимметрии, чем если бы предложения всех участников торгов напрямую конкурировали друг с другом на одном аукционе. Процентные ставки (т.е. доходы участников торгов) соответственно, как правило, ниже.

Эти проблемы также снижают ценность аукционов как источника информации для Банка и других участников рынка. Те же проблемы могут также привести к снижению участия в аукционах, что создает эффект обратной связи "второго раунда", который еще больше усугубляет проблемы.

Короче говоря, прямолинейный подход приводит к плохим результатам как для участников торгов, так и для того, кто их принимает. Решение, предложенное Полом Клемперером, позволило решить эти проблемы.

6.2. Решение

Предложение по своей концепции простое: разрешить каждому контрагенту (участнику торгов) предлагать один или несколько пакетов предложений; каждый пакет содержит Предложение о процентной ставке для одного или нескольких залогов, и предложения в каждом пакете являются взаимоисключающими. Участник торгов (Банк) просматривает все пакеты заявок и затем выбирает свои предпочтительные процентные ставки (отдельную единобразную ставку для каждого обеспечения) в соответствии с некоторым заранее установленным (но не обязательно объявленным заранее) правилом.²

Из каждого пакета заявок, предложенных каждым участником торгов, Банк принимает ту, которая дает участнику торгов наибольший профицит, оцененный по этим процентным ставкам³ (или не делает ставку, если все заявки дали отрицательный профицит).

Идея состоит в том, чтобы позволить Банку изучить спрос, прежде чем выбирать, какую сумму предложить под каждое обеспечение, в то же время позволяя каждому участнику торгов достичь наилучшего возможного результата, учитывая процентные ставки, которые Банк фактически выбирает. (Делая условные ставки, участники торгов, по сути, могут решить, сколько и под какое обеспечение брать взаймы, ознакомившись с выбранными процентными ставками.)

Вопрос, конечно, в том, действительно ли это может быть реализовано и может ли это быть сделано простым и надежным способом, а также достаточно легким для того, чтобы участники торгов поняли, что они рады участвовать. Сейчас мы покажем, что это осуществимо. Мы начнем с иллюстрации простого подхода, аналогичного тому, который Клемперер предложил Банку Англии, прежде чем обсудить диапазон возможностей.

6.3. Простой аукцион для двух товаров

Предположим, существует только два класса залога: "сильный" и "слабый".⁴ Каждому участнику торгов (контрагенту) разрешается сделать несколько заявок на участие в аукционе. Каждая ставка рассчитана на определенную сумму денег и включает в себя две процентные ставки. Одна ставка — это та, которую контрагент готов платить, если он берет взаймы под надежное обеспечение; а другая относится к заимствованию под слабое обеспечение. Эти два результата были бы взаимоисключающими. Если контрагент имеет или желает использовать только один тип обеспечения, ему разрешается предложить нулевую процентную ставку для другого типа обеспечения, который он не может или не будет использовать — это гарантирует, что нежелательное обеспечение никогда не будет выбрано из этого предложения. Так, например, участник торгов мог бы предложить занять 375 миллионов фунтов стерлингов под 5,95%, если бы ему было разрешено использовать слабое обеспечение, и 5,7%, если бы требовалось

¹ Рассмотрим, например, контрагента, который хочет, скажем, 300 миллионов фунтов стерлингов. Должен ли он предлагать 300 миллионов фунтов стерлингов под каждый вид обеспечения и рисковать тем, что ему будет выделено 600 миллионов фунтов стерлингов? Или, чтобы избежать этого риска, должен ли он предложить 300 миллионов фунтов стерлингов под один вид обеспечения, но не под другой? Тогда он мог бы увидеть выделение денег под другой вид обеспечения по ставке, которую он была готов заплатить. Или ему следует предложить по 150 миллионов фунтов стерлингов за каждый? Что бы он ни делал, впоследствии он может пожалеть о том, что взял кредит под неправильный тип обеспечения, учитывая рыночные ставки клиринга, и/или взял слишком много или слишком мало, учитывая рыночные ставки клиринга. (Проблема не зависит от того, используется ли единобразное или дискриминационное ценообразование.)

² Центральный банк обладает достаточным институциональным авторитетом, чтобы от него нельзя было ожидать стратегического поведения, если бы он заранее не объявил о своем правиле.

³ Если ставки равны, Банк может выбрать, какую ставку принять. Если ставка с наибольшим профицитом дает нулевой профицит, Банк может выбрать, какую долю (доли) принять.

⁴ "Сильный" может соответствовать "ОМО" или "обычному" обеспечению, которое Банк Англии традиционно принимал в своих "операциях на открытом рынке". "Слабый" может соответствовать "более широкому" или "расширенному" обеспечению, под которое Банк Англии был готов предоставить кредит в напряженных обстоятельствах, сложившихся с осени 2007 года.

использовать сильное обеспечение. Он мог бы сделать повторную заявку на получение дополнительного займа в размере 500 миллионов фунтов стерлингов под 5,75%, если бы мог использовать слабое обеспечение, и 5,5%, если бы ему пришлось использовать сильное обеспечение. Он может сделать третью заявку на получение займа в размере 300 миллионов фунтов стерлингов под слабое обеспечение под 5,7% и 0% под сильное обеспечение (что будет расценено как отказ от займа под сильное обеспечение в рамках этой конкретной заявки). Каждое из этих предложений было бы истолковано как Предложение "или" в том смысле, что Банк принял бы самое большее одно из двух предложений, а именно то, которое дает заемщику более выгодную сделку с точки зрения разницы между ставкой, предлагаемой заемщиком, и ставкой клиринга на рынке – это избавляет участника торгов от необходимости беспокоиться о том, что одна из его заявок победит другую, которую он предпочел бы видеть принятой.

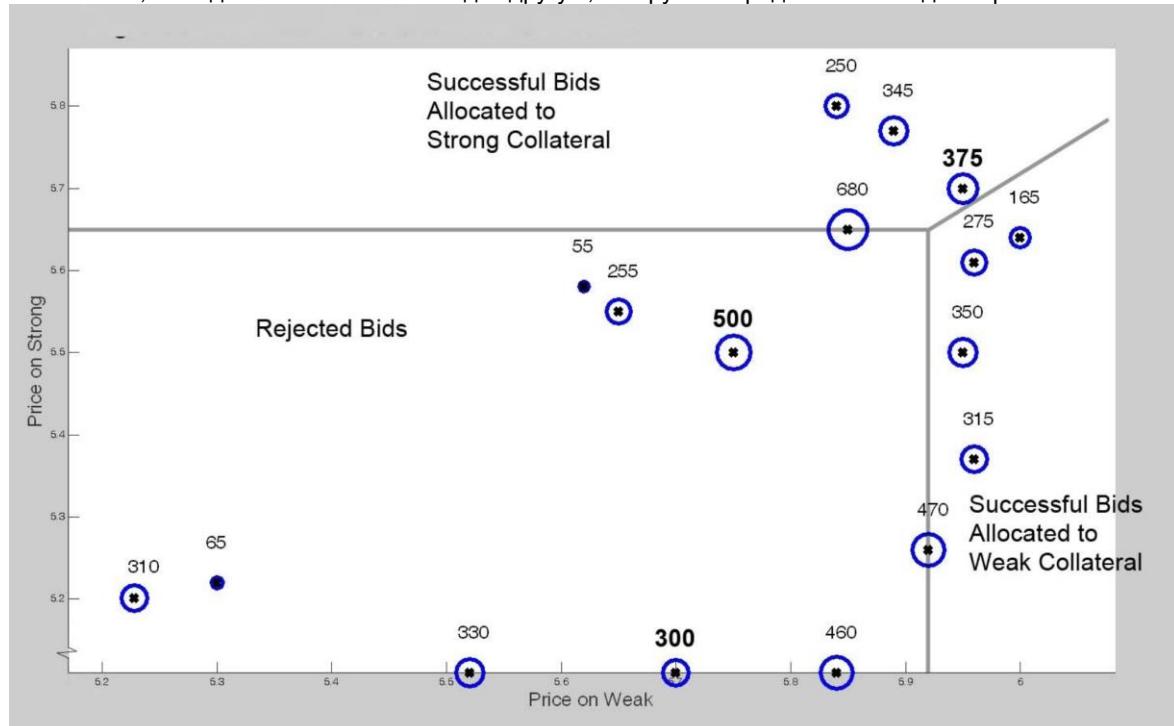


Рисунок 6.2. Возможное распределение средств
Источник – (Klempner, 2008)

Пример совокупности заявок, поданных всеми участниками торгов, проиллюстрирован на рисунке 6.2. выше. Ставки с сильным обеспечением отображаются вертикально, а ставки со слабым обеспечением – горизонтально, так что каждая точка на графике представляет парную ставку.¹ (Число рядом с каждой точкой – это сумма ставки в миллионах фунтов стерлингов.) Три заявки, описанные в предыдущем абзаце, пронумерованы жирным шрифтом. (Обратите внимание, что вертикальная ось рисунка "сломана", так что ставки на 330 млн фунтов стерлингов, 300 млн фунтов стерлингов и 460 млн фунтов стерлингов рассчитаны на 0% при сильном обеспечении, т.е. эти ставки эквивалентны традиционным "непарным" ставкам только при слабом обеспечении.)

Если, например, Банк желает предоставить кредит в размере 2,5 млрд фунтов стерлингов, а в заявках на получение кредита в общей сложности 5,5 млрд фунтов стерлингов, то заявки на сумму 3 млрд фунтов стерлингов должны быть отклонены. Какие именно 3 миллиарда фунтов стерлингов будут отклонены, будет определяться правилом, которое Банк решил использовать при предоставлении средств. Возможными пакетами исключенных заявок были бы любые наборы заявок, включенные в прямоугольник, нарисованный с двумя сторонами вдоль осей и охватывающий заявки на сумму 3 миллиарда фунтов стерлингов. Каждый возможный прямоугольник однозначно идентифицируется парой процентных ставок, соответствующих правому верхнему углу прямоугольника; ставки выше любой из этих "предельных" процентных ставок принимаются, в то время как ставки ниже обеих предельных ставок отклоняются. На рисунке 5.2. показана одна возможная пара ставок отсечения, обозначенная вертикальной линией на уровне 5,92% (для слабого обеспечения) и горизонтальной линией на уровне 5,65% (для сильного обеспечения). Заявки внутри прямоугольника отклоняются, а остальные принимаются.

¹ Поскольку все слабые ставки выше, чем сильные, все графики опускаются ниже линии 45° – это особенность примера с Центральным банком и не имеет значения для схемы аукциона.

Те заявки, для которых оба предложения превышают соответствующие ставки отсечения (то есть те заявки, которые находятся к северо-востоку от прямоугольника), распределяются на обеспечение, для которого ставка отсечения еще ниже предложения. Таким образом, заявки, которые находятся как к северу от прямоугольника, так и к северо-западу от диагональной линии под углом 45° , проведенной от правого верхнего угла прямоугольника, получают кредиты под сильное обеспечение; заявки, которые находятся как к востоку от прямоугольника, так и к юго-востоку от диагональной линии, получают кредиты под слабое обеспечение.

Банк использует единое правило ценообразования для каждого залогового обеспечения. Таким образом, все заявки, принятые под сильное обеспечение, выплачивают одинаковую минимальную процентную ставку (отсечение) по сильному обеспечению, а все заявки, принятые под слабое обеспечение, выплачивают процентную ставку по слабому обеспечению.

Конечно, на рисунке 6.2. показана только одна из множества возможных пар ставок отсечения, которые отклонили бы заявки ровно на 3 миллиарда фунтов стерлингов. Если мы проведем линию под углом 45° через любую точку графика, в которой разница между процентными ставками не слишком велика, то, как правило, на этой линии под углом 45° будет одна точка, в которой отклоняются заявки ровно на 3 миллиарда фунтов стерлингов¹. (Если есть более одной точки, мы выбираем наиболее юго-западную, возможны другие правила выбора.) По мере того, как мы перемещаем линию на 45° на юго-восток (относительно более высокие процентные ставки при слабом залоге), критическая точка, представляющая пару предельных ставок, перемещается либо вниз, либо вправо. Все возможные пары соединены ступенчатой линией с наклоном вниз на рис. 6.3.

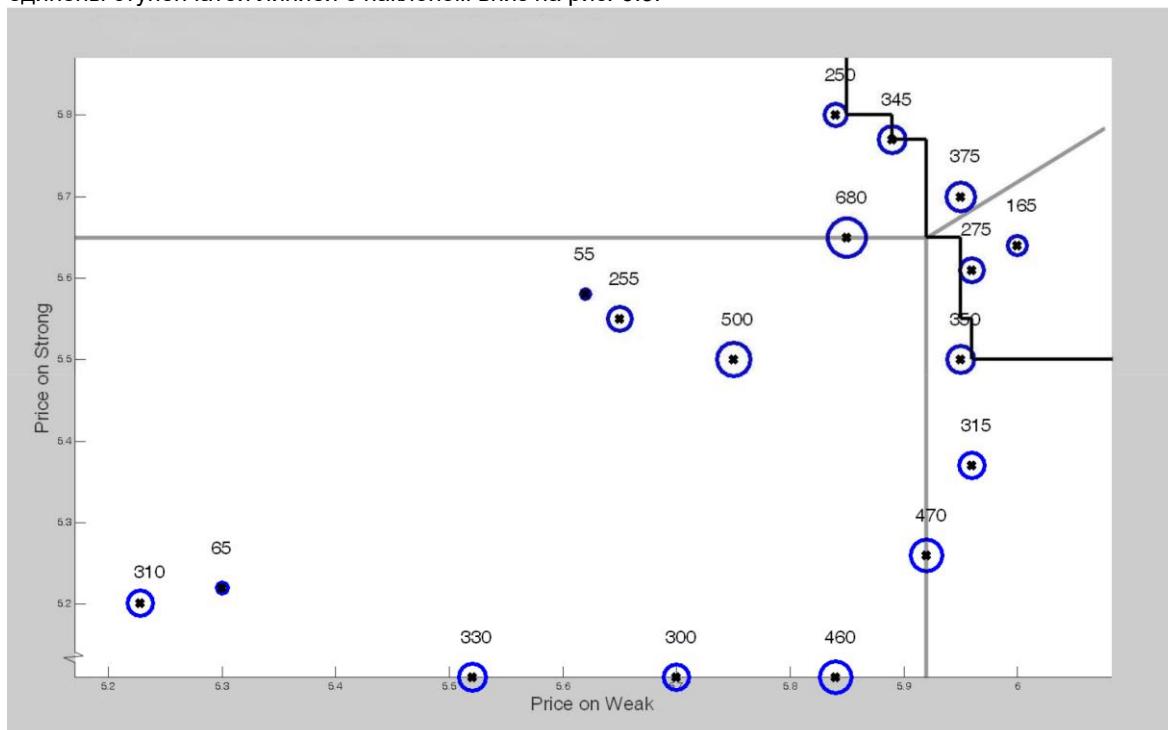


Рисунок 6.3. Допустимые пары предельных значений

Источник – (Klemperer, 2008)

Каждая возможная пара отсечек на ступенчатой линии рисунка 6.3. подразумевает как разницу в процентных ставках, так и (путем суммирования принятых заявок ниже соответствующей линии под углом 45°) долю средств, выделенных на слабое обеспечение. По мере увеличения разницы в процентных ставках доля, выделяемая на слабое обеспечение, уменьшается. Используя эту информацию, мы можем построить нисходящую "кривую спроса" (ступенчатая линия) на рис. 6.3.

(Обратите внимание, что оси на рисунке 6.3 отличаются от осей на рисунке 6.2.)

Банк может по своему усмотрению выбрать любую точку на "кривой спроса" (эквивалентно, любой возможный прямоугольник на рисунках 6.2, 6.3.) после просмотра заявок.

¹ Если ровно 3 миллиарда фунтов стерлингов заявок могут быть отклонены путем отклонения целых заявок (эквивалентно, сумма, подлежащая принятию, может быть составлена из целых заявок), то, как правило, будет промежуток между последней отклоненной заявкой и первой принятой заявкой. Однако обычно предельные ставки будут нормированы, поэтому предложение будет равно спросу только в одной точке на любой линии под углом 45° .

7. Эпилог

Завершая обзор событий в области применения тропической математики в экономике, хочется поделиться собственными впечатлениями от работы с текстами. В особенности это касается текстов, с авторами которых лично знаком, причем достаточно давно. В частности, это касается В.И. Данилова, Г.А. Кошевого, В.Л. Макарова, А.Г. Хованского, а также ряда ленинградских авторов.

В последующие годы тропическая математика интенсивно развивалась по нескольким направлениям в работах зарубежных и российских ученых, в результате чего появились многочисленные научные статьи, опубликованные в ведущих научных журналах, и несколько десятков монографий. Тем не менее применений идемпотентной математики в экономике почти нет.

Парадоксальность ситуации заключается в том, что экономистам практически невозможно читать тексты, написанные математиками. Даже в тех случаях, когда математики пытаются просто объяснить, что такое многогранник Ньютона (Казарновский, Хованский, Эстеров, 2021), получается длинно, не очень понятно (даже математику из другой области). А сами математики прикладных задач обычно чураются. В среде математиков был и остается снобизм, мешающий заниматься приложениями. Таким был великий англичанин Г. Х. Харди таким же и наш Юрий Иванович Манин, учениками которого являются В.И. Данилов и А.Г. Кошевой. Они, как и автор настоящего обзора, начинали моделирования общего равновесия в экономике знаний или аналогичных продуктов, подчиняющихся правилам идемпотентного сложения. В их интерпретации знания дискретны, акцентировать внимание можно было на идемпотентности или на дискретности. Они акцентировали дискретность и ушли в чистую математику, тогда как в работах (Козырев, 2011, 2020, 2021, 2024, акцент сделан на идемпотентности самих продуктов и связи с реальностью в ущерб математической технике.

О снобизме математиков можно почитать в книге В.И. Арнольда (Арнольд, 2002) о математике и математиках теперь уже прошлого тысячелетия. Впрочем, и сам Владимир Игоревич, посмеиваясь над снобами, не считал прикладную математику (отдельной) наукой. Для него применение одной и той же математической техники в разных областях не казалось наукой, а зря. Практика показывает, что для реального успеха надо понимать и математику, и предмет, причем глубоко.

Литература

1. Арнольд В.И. (2002) Что такое математика? — М.: МЦНМО, 2002.— 104 с. ISBN 5-94057-090-9
2. Воробьев Н. Н. (1963) Экстремальная алгебра матриц. Доклады Академии наук СССР. Математика, информатика, процессы управления 152 (1), 24–27 (1963).
3. Воробьев Н. Н. (1967) Экстремальная алгебра положительных матриц. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 3 (1), 39–72 (1967).
4. Воробьев Н. Н. (1970) Экстремальная алгебра неотрицательных матриц. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 6 (4/5), 303–312 (1970).
5. Данилов В. И. (2025), “Введение в теорию выбора и стабильных контрактов”, УМН, 80:4(484) (2025), 3–46; Russian Math. Surveys, 80:4 (2025), 549–590
6. Данилов В. И. (2015), Заменимость и дополнительность товаров в терминах функций полезности // Экономика и математические методы. — 2015. — Т. 51, № 4. — С. 25–36.
7. Данилов В.И., Кошевой Г.А. (2009) Экономики с инновационными товарами (с Кошевым Г.А.), Экономика и математические методы, 2009, 45(1). [251 kB]
8. Данилов В.И., Кошевой Г.А. (2004) Дискретная выпуклость // Записки научных семинаров Санкт-Петербургского отделения математического института им. В.А. Стеклова РАН. 2004. Т. 312. № 11. С. 86–93.
9. Данилов В.И., Кошевой Г.А., Сотсков А.И. (1993) Экономическое равновесие на рынке интеллектуальных продуктов // Экономика и математические методы. 29, вып. 4, 1993, С.606-616.
10. Данилов В.И., Кошевой Г.А., Ланг К. (2013) Равновесия на рынке неделимых товаров // Журнал Новой экономической ассоциации. 2013. № 2 (18). С. 10–34.
11. Данилов В.И., Кошевой Г.А., (2003) Дискретная выпуклость и эрмитовы матрицы, Труды математического института им. Стеклова, vol. 241, Москва, Наука, 2003, 68–89 [334 kB]
12. Данилов В.И., (2000) Целочисленная выпуклость Труды семинара И. Р. Шафаревича Второй выпуск, Москва, 2000, 448–66 [251 kB] 4
13. Дудников П. С., Самборский С. Н. (1991), “Эндоморфизмы полумодулей над полукольцами с идемпотентной операцией”, Изв. АН СССР. Сер. матем., 55:1 (1991), 93–109; Math. USSR-Izv., 38:1 (1992), 91–105.
14. Галушка А. С., Ниязметов А. К., Окулов М. О. (2021). Кристалл роста к русскому экономическому чуду. М.: Наше Завтра. [Galushka A. S., Niyazmetov A. K., Okulov M. O. (2021). Growth crystal to the Russian economic miracle. Moscow: Nashe Zavtra. (In Russian).]
15. Казарновский Б. Я., Хованский А. Г., Эстеров А. И., Успехи математических наук, 2021, Том 76, выпуск 1(457), сс. 95–190 DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9937>
16. Козырев А.Н. Совместимость стимулов и двойственность в условиях неполной информации // Цифровая экономика № 4(34), 2025 – с. 5–17. DOI: 10.34706/de-2025-03-01 10.34706/DE-2025-04-01

17. Козырев А. Н. Цифровая экономика и экономика данных // Цифровая экономика № 2(28), 2024 – с. 5–13. DOI: 10.33276/de-2024-02-01
18. Козырев А. Н. Экономика данных, обучение нейросетей и многомерная геометрия// Цифровая экономика № 3(29), 2024 – с. 5–13. DOI: 10.34706/de-2024-03-01
19. Козырев А.Н. Моделирование НТП, тропическая математика и цифровая экономика", глава 53, с. 463–485. Монография "Российская социально-экономическая Система: реалии и векторы развития". 4-е издание, переработанное и дополненное. Отв. редакторы Р.С. Гринберг, П.В. Савченко. М.: ИНФРА-М, 2021. – 596 с. ISBN 978-5-16-016215-7
20. Козырев А.Н. Совместимость стимулов, цифровизация и торговля знаниями// Цифровая экономика № 1(9), 2020 – с. 5–20, DOI: 10.34706/DE-2020-01-01
21. Козырев А.Н. Современное состояние исследований в области торговли информацией// Цифровая экономика № 1(9), 2020 – с. 63–75, DOI: 10.34706/DE-2020-01-07
22. Козырев А.Н. Оптимизация размещения взаимосвязанных НИОКР на основе двойного аукциона //Экономика и математические методы//ЭММ, ТОМ 55, ВЫПУСК 1, 2019, с. 32-42 DOI: 10.31857/S042473880004026-7
23. Козырев А.Н. Моделирование НТП, упорядоченность и цифровая экономика// Экономика и математические методы, т. 47, № 4, 2011 г. Козырев А.Н. (1999) Алгебраические свойства информации и рынок. Научно-техническая информация. сер.1, 1999, № 5. 6с.
24. Козырев А.Н. (1989) Рынок программного обеспечения в СССР, лицензионные и авторские договоры, цены. Мир ПК № 3. – 1989, М.: Радио и связь & IDG communications. 7с.
25. Козырев А.Н. (1989) Общее равновесие в экономике с рынками лицензий и продуктов. Тезисы докладов Всесоюзной школы-семинара "Социально-экономические процессы", Кишинёв, 1989. 2с.
26. Кондраков И. А., Шананин А. А. (211), Идемпотентные аналоги теорем о неотрицательных матрицах и их приложения к анализу экономической информации, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2011, том 51, номер 2, 188–205.
27. Корбут А. А. (1965) Экстремальные пространства. Доклады Академии наук СССР. Математика, информатика, процессы управления 164 (6), 1229–1231.
28. Корбут А. А. (1972) Экстремальные векторные пространства и их свойства. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 8 (8/9), 525–536.
29. Крайнов Д.Е., Матвеенко В.Д. (2006) Модель эндогенного роста в инновационной экономике
30. Кривулин Н. К. (2025) Модели и методы тропической алгебры в задачах оптимизации и исследования операций // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2025. Т. 12 (70). Вып. 3. С. 444–473.
31. Кривулин Н. К., Губанов С. А. (2016) Решение задачи сетевого планирования на основе методов тропической оптимизации // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2016. Вып. 3. С. 62–72. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2016.306
32. Кривулин Н. К. (2009) Методы идемпотентной алгебры в задачах моделирования и анализа сложных систем. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2009. 256 с.
33. Кривулин Н. К., Агеев В. А. Методы тропической оптимизации в многокритериальных задачах оценки альтернатив на основе парных сравнений // Вестник СПбГУ. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. — 2019. — №4. — Р. 472–488.
34. Кривулин Н.К. и др. (2024) Решение многокритериальных задач оценки альтернатив на основе парных сравнений / Кривулин Н. К., Булгакова Д. С., Григорьев Д. А., Нагуманова К. И., Приньков А. С., Салова Я. А., Филатова А. А. // Компьютерные инструменты в образовании. — 2024. — №2. — Р. 5–29.
35. Крайнев Д.Е., Матвеенко В.Д. Модель эндогенного роста в инновационной экономике с.294-297
36. Литвинов Г. Л., Декватование Маслова, идемпотентная и тропическая математика: краткое введение, Зап. научн. сем. ПОМИ, 2005, том 326, 145–18.
37. Литвинов Г. Л., Соболевский А. Н., (2000) Точные интервальные решения дискретного уравнения Беллмана и полиномиальная сложность задач интервальной идемпотентной линейной алгебры. — Докл. РАН 374 (2000), по. 2, 304–306.
38. Литвинов Г. Л., Маслов В. П., Шплиз , Г. Б. Линейные функционалы на идемпотентных пространствах. Алгебраический подход. — Докл. АН СССР 363 (1998), по. 3, 298-300.
39. Литвинов Г. Л., Маслов В. П., Шплиз , Г. Б. з, Тензорные произведения идемпотентных полумодулей. Алгебраический подход. — Мат. заметки 65 (1999), по. 4, 572-585.
40. Литвинов Г. Л., Шплиз , Г. Б., Ядерные полумодули и теоремы о ядре. Алгебраический подход. — Докл. АН СССР 386 (2002), по. 3, 300—303.
41. Макаров В.Л. (1973) Баланс научных разработок и алгоритм его решения // Сб.ст. Оптимизация, Новосибирск, 1973, вып.11(28),37-45.

42. Макаров В. Л. (2003). Экономика знаний: уроки для России // Вестник Российской академии наук. Т. 73, № 5. С. 450—460. [Makarov V. L. (2003). Knowledge economy: Lessons for Russia. *Vestnik Rossiyskoy Akademii Nauk*, Vol. 73, No. 5, pp. 450—460. (In Russian).]
43. Маслов В. П., Колокольцов В. Н. Идемпотентный анализ и его применение в оптимальном управлении. М.: Физматлит, 1994. 144 с.
44. Матвеенко В.Д., Нев О.А. (2012) Игровая модель приращения знаний
45. Романовский И. В. (1959) Ободной теореме Р. Белмана. Теория вероятностей и ее применения 4 (4), 456–458.
46. Романовский И. В. (1964) Асимптотика рекуррентных соотношений динамического программирования и оптимальное стационарное управление. Доклады Академии наук СССР. Математика, информатика, процессы управления 157 (6), 1303–1306 (1964).
47. Романовский И. В. Оптимизация стационарного управления дискретным детерминированным процессом. Кибернетика и системный анализ 3 (2), 66–78 (1967).
48. Тиморин В. А., Хованский А. Г., “Многогранники и уравнения”, Матем. просв., сер. 3, 14, Изд-во МЦНМО, М., 2010, 30–57 [34] 154.
49. Шплиз Г. Б., (2000) Решение алгебраических уравнений в идемпотентных полу-полях. — Усп. мат. наук 55 (2000), по. 5, 185—186.
50. Яковлев Д. М., Кривулин Н. К. (2025) Решение многокритериальной задачи определения приоритетов дорожных работ. Избранные труды весенней научно-практической конференции по вопросам информатики, математики, механики и астрономии «Мат-мех. Наука 2025» 28 апреля – 3 мая 2025 г. Санкт-Петербург С. 63–73
51. Armantier, O., Krieger, S. and McAndrews J. (2008). “The Federal Reserve’s Term Auction Facility.” Current Issues in Economics and Finance, Federal Reserve Bank of New York, 14 (5), July
52. Ashlagi, I. Braverman, M., Avinatan, H., Monderer D. (2010) Monotonicity and implementability. *Econometrica*, 78(5):1749–1772, 2010.
53. Ausubel, L., and Cramton P. (2008). “A Troubled Asset Reverse Auction.” Mimeo, University of Maryland.
54. Back, K., and Zender, J. (2001). “Auctions of Divisible Goods With Endogenous Supply.” *Economics Letters*, 73, 29-34.
55. Baldwin, E. and Klemperer, P. (2014) Tropical geometry to analyse demand. Working paper, University of Oxford
56. Baldwin, E. and Klemperer, P. (2019). Understanding preferences: “Demand types,” and the existence of equilibrium with indivisibilities. *Econometrica* 87 (3), 867–932. Candogan, O., A. Ozdaglar, and P. A. Parrilo (2015). Iterative auction design for tree valuations. *Operations Research* 63 (4), 751–771.
57. Baldwin, E., Goldberg, P.W., Klemperer, P., E Lock (2024a) Solving strong-substitutes product-mix auctions *Mathematics of Operations Research* 49 (3), 1502-1534, 2024
58. Baldwin, E., Bichler M, Fichtl, M., Klemperer, P. (2034b) Implementing Walrasian Equilibrium: The Languages of Product-Mix Auctions E Baldwin, P Klemperer, E Lock Available at SSRN 4931623, 2024
59. Baldwin, E., Klemperer, P. (2024b) Strong substitutes: structural properties, and a new algorithm for competitive equilibrium prices *Mathematical Programming* 203 (1), 611-643, 2024
60. Baldwin, E., R Jagadeesan, Klemperer, P., A Teytelboym The equilibrium existence duality *Journal of Political Economy* 131 (6), 1440-1476, 2023
61. Baldwin, E., R Jagadeesan, Klemperer, P., A Teytelboym On Consumer Theory with Indivisible Goods Working Paper, 2021
62. Baldwin, E., Klemperer, P. Proof that the strong substitutes product-mix auction bidding language can represent any strong substitutes preferences
63. Baldwin, E., Edhan, O., Jagadeesan, R., Klemperer, P., Teytelboym A. The equilibrium existence duality: Equilibrium with indivisibilities & income effects arXiv preprint arXiv:2006.16939, 2020
64. Baldwin, E., Y. Cai,, Kuralbayeva K. (2020) To build or not to build? Capital stocks and climate policy* *Journal of Environmental Economics and Management* 100, 102235, 2020
65. Baldwin, E., Klemperer, P. Understanding Preferences: “Demand Types”, and the Existence of Equilibrium with Indivisibilities
66. Baldwin, E., Klemperer, P. (2014) The multidimensional product-mix auction preparation, c, 2014
67. Binmore, K. and Klemperer P. (2002). “The Biggest Auction Ever: the Sale of the British 3G Telecom Licenses”, *Economic Journal*, 112, C74-C96.
68. Bulow, J., and Klemperer P. (1996). “Auctions versus Negotiations.” *American Economic Review*, 86, 180-194.
69. Bulow, J., and Roberts J. (1989). “The Simple Economics of Optimal Auctions.” *Journal of Political Economy*, 97, 1060-1090.
70. Chambers, C. P., and Echenique F. (2017). A characterization of combinatorial demand. *Mathematics of Operations Research* 43 (1), 222–227. Kim-Sau Chung and Wojciech Olszewski. A non-differentiable approach to revenue equivalence. *Theoretical Economics*, 2(4):469-487, 2007.

71. Chung K.-S., and Olszewski W. (2007) A non-differentiable approach to revenue equivalence. *Theoretical Economics*, 2(4):469-487, 2007.
72. Crowell, R. A., and Ttran, M. (2016) Tropical geometry and mechanism design
[https://arxiv.org/pdf/1606.04880v1](https://arxiv.org/pdf/1606.04880v1.pdf)
73. Crowell, R. A., and Ttran, M. (2018) Tropical geometry and mechanism design
[https://arxiv.org/pdf/1606.04880](https://arxiv.org/pdf/1606.04880.pdf)
74. Cuninghame-Green, R. A.. Describing industrial processes with interference and approximating their steady-state behaviour. OR, 13(1):95—100, 1962.
75. Danilov, V., G. Koshevoy, and C. Lang (2003). Gross substitution, discrete convexity, and submodularity. *Discrete Applied Mathematics* 131(2), 283–298.
76. Danilov, V., G. Koshevoy, and K. Murota (2001). Discrete convexity and equilibria in economies with indivisible goods and money. *Mathematical Social Sciences* 41(3), 251–273.
77. Danilov, V., G. Koshevoy G. A., and A. I. Sotskov A. I. (1997) Equilibrium analysis of an economy with innovations (with G. A. Koshevoy and A. I. Sotskov), *Journal of Mathematical Economics*, 1997, 27, 195-226.
78. Develin M. and Sturmfels, B. (2004) Tropical convexity. *Doc. Math.* 9:1–27, 2004.
79. Gorman, W. M. (1976): “Tricks With Utility Functions,” in *Essays in Economic Analysis*, ed. by M. J. Artis and A. R. Nobay. Cambridge: Cambridge University Press, 211–243. [885]
80. Greenberg, J. and S. Wtber (1986): “Strong Tiebout Equilibrium Under Restricted Preferences Domain,” *Journal of Economic Theory*, 38 (1), 101-117. [885]
81. Grishukhin, V., Danilov, V., AND Koshevoy, G. (2010): “Unimodular Systems of Vectors Are Embeddable in the (0,1)-Cube,” *Mathematical Notes*, 88 (6), 891-893. [910]
82. Gul, F. and E. Stacchetti (1999). Walrasian equilibrium with gross substitutes. *Journal of Economic Theory* 87 (1), 95–124.
83. Gul, F. and E. Stacchetti (2000). The English auction with differentiated commodities. *Journal of Economic Theory* 92(1), 66–95.
84. Ellison, Glenn, Drew Fudenberg, and Markus Mobius (2004). “Competing Auctions.” *Journal of the European Economic Association*, 2, 30-66.
85. Hatfield, J. W. and P. Milgrom (2005). Matching with contracts. *American Economic Review* 95 (4), 913–935.
86. Heydenreich, B., Müller, R., Uetz, M. and Vohra R. V. (2009) Characterization of revenue equivalence. *Econometrica*, 77(1):307–316, 2009.
87. Joswig, M., and Kulas K. (2010) Tropical and ordinary convexity combined. *Advances in geometry*, 10(2):333–352, 2010.
88. Joswig M., and Loho, G. (2016) Weighted digraphs and tropical cones. *Linear Algebra and its Applications*, 501:304 – 343, 2016.
89. Kastl, Jakub (2008). “Discrete Bids and Empirical Inference in Divisible Good Auctions.” Working paper, Stanford University.
90. Kelso, A. S. and V. P. Crawford (1982). Job matching, coalition formation, and gross substitutes. *Econometrica* 50(6), 1483–1504.
91. Korkine, A. and G. Zolotareff (1877). Sur les formes quadratiques positives. *Mathematische Annalen* 11(2), 242–292.
92. Kirillov A. N. (2001), Introduction to tropical combinatorics. — In: A. N. Kirillov and N. Liskova (Eds.), *Physics and Combinatorics 2000*, Proc. of the Nagoya 2000 Intern. Workshop, World Scientific, (2001), pp. 82-150.
93. Kleene S. C. (1956) Representation of events in nerve sets and finite automata. — In: J. McCarthy and C. Shannon (Eds.), *Automata Studies*, Princeton University Press, Princeton, 1956, pp. 3—40
94. Klemperer, P. (1999). “Auction Theory.” *Journal of Economic Surveys*, 13 (2): 227-86.
95. Klemperer, P. (2002). “What Really Matters in Auction Design.” *Journal of Economic Perspectives*, 16(1): 169-189.
96. Klemperer, P. (2004). *Auctions: Theory and Practice*, Princeton University Press, Princeton, US.
97. Klemperer, P. (2006). “Answer to Oxford University Economic Theory 2006 Examination.” part A4, <http://www.nuffield.ox.ac.uk/users/klemperer/OtherTeachingMaterials/2008auctionsolutions.pdf>.
98. Klemperer, P.I (2007). “Bidding Markets.” *Journal of Competition Law and Economics*, 3, 1-47.
99. Klemperer, P. and Margaret Meyer (1989). “Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty,” *Econometrica*, 57, 1243-1277.
100. Kremer, Ilan, and Kjell Nyborg (2004a). “Underpricing and Market Power in Uniform Price Auctions.” *Review of Financial Studies*, 17, 849-877.
101. Kremer, Ilan, and Kjell Nyborg (2004b). “Divisible Good Auctions - The Role of Allocation Rules.” *Rand Journal of Economics*, 35, 147-159.
102. Krishna, Vijay (2002). *Auction Theory*. New York, NY: Academic Press, US.
103. Krivulin N. K. (2024) Application of tropical optimization for solving multicriteria problems of pairwise comparisons using log-Chebyshev approximation // *Int. J. Approx. Reason.* — 2024. — Vol. 169. —

- P. 109–168. Shioura, A. and Z. Yang (2015). Equilibrium, auction, and generalized gross substitutes and complements. *Journal of the Operations Research Society of Japan* 58(4), 410–435
104. LiCalzi, M., and Pavan A. (2005). "Tilting the supply schedule to enhance competition in uniform-price auctions." *European Economic Review*, 49, 227-250.
105. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications, (IHES/M/95/33).— Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bures-sur-Yvette (1995). Also see arXiv:math.GM/0101021.
106. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Idempotent mathematics: correspondence principle and applications. — Russian Mathematical Surveys 51 (1996), no. 6, 1210—1211.
107. Litvinov G. L. and Maslov V. P., The correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications. — In [69], 420—443.
108. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications, (IHES/M/95/33).— Institut des Haut Etudes Scientifiques, Bures-sur-Yvette (1995). Also see arXiv :math. GM/010102
109. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Idempotent mathematics: correspondence principle and applications. — Russian Mathematical Surveys 51 (1996), no. 6, 121* 1211.
110. Litvinov G. L. and Maslov V. P., The correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications. — In [69], 420—443.
111. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications, (IHES/M/95/33).— Institut des Haut Etudes Scientifiques, Bures-sur-Yvette (1995). Also see arXiv :math. GM/010102
112. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Idempotent mathematics: correspondence principle and applications. — Russian Mathematical Surveys 51 (1996), no. 6, 121* 1211.
113. Litvinov G. L. and Maslov V. P., The correspondence principle for idempotent calculus and some computer applications. —420—443. In J. Gunawardena (Ed.), *Idempotency*. — Publ. of the Newton Institute, Vol. 11, Cambridge University Press, Cambridge (1998).
114. Litvinov G. L. and Maslov V. P. (Eds.), *Idempotent Mathematics and Mathematical Physics*. — Contemporary Mathematics 377, AMS, Providence, RI (2005).
115. Litvinov G. L. and Maslov V. P., Universal numerical algorithms and their software implementation. — Programming and Computer Software 26 (2000), no. 5, 275—280. Also see arXiv :math. SC/0102114.
116. Litvinov G. L. and Maslov V. P., and Rodionov, A. Ya. A unifying approach to software and hardware design for scientific calculations and idempotent mathematics. — International Sophus Lie Centre, Moscow (2000). Also arXiv:math.SC/0101069. подход. — Мат. заметки 69 (2001), no. 5, 758-797.
117. Litvinov G. L. and Maslov V. P., and Shpiz G. B., Idempotent (asymptotic) analysis and the representation theory. — In: V. A. Malyshev and A. M. Vershik (Eds.), *Asymptotic Combinatorics with Applications to Mathematical Physics*. Kluwer Academic Publ., Dordrecht (2002), p. 267—278. Also arXiv:math. RT/0206025.
118. Litvinov G. L., Shpiz G. B., (2005) The dequantization transform and generalized Newton polytopes. — In [Idempotent Mathematics and Mathematical Physics» (eds. G. L. Litvinov, V. P. Maslov)], 181—186.
119. Litvinov G. L. and Sobolevskii A. N. (2001), Idempotent interval analysis and optimization problems. — Reliable Computing 7 (2001), no. 5, 353—377. Also arXiv:math.SC/0101080.
120. Mas-Colell, M. Whinston, D. and Green, J. R. (1995) *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, June 1995.
121. Matveenko V. (1995) Development with positive externalities: the case of the Russian economy// Journal of Policy Modeling. — Vol. 17, 1995. — № 3. — P. 207–221.
122. Matveenko V., (2011) Anatomy of production function: a technological menu and a choice of the best technology, Economics Bulletin, vol. 30, 2011, pp. 1906-1913.
123. Matveenko V., (2012) Powers of matrices with an idempotent operation and an application to dynamics of spatial agglomerations, In: G.L. Litvinov, V.P. Maslov, A.G. Kushner and S.N. Sergeev, eds. Tropical and idempotent mathematics. Moscow: French-Russian Laboratory "J.-V.Poncelet", 2012, pp. 149–155
124. Matveenko, V. (2014) Tropical support sets in analysis of weak links and complementarity
125. Maclagan, D. and Sturmfels, B. (2015) Introduction to Tropical Geometry: Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society, 2015
126. McAdams, D. (2007). "Uniform-Price Auctions with Adjustable Supply." *Economics Letters*, 95, 48-53.
127. Menezes, F. M. and Paulo K. Monteiro (2005). An Introduction to Auction Theory. Oxford, UK: Oxford University Press.
128. Mikhalkin G. (2004) Decomposition into pairs-of-pants for complex algebraic hypersurfaces. *Topology*, 43(5):1035-1065, 2004.
129. Mikhalkin G. (2005) Enumerative tropical algebraic geometry in R². *Journal of the American Mathematical Society*, 18(2):313-377, 2005.

130. Milgrom, P. and Strulovici, B. (2009). Substitute goods, auctions, and equilibrium. *Journal of Economic Theory* 144(1), 212–247.
131. Milgrom, P. (2000). "Putting Auction Theory to Work: The Simultaneous Ascending Auction." *Journal of Political Economy*, 108, 245–272.
132. Milgrom, P. (2004). *Putting Auction Theory to Work*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
133. Milgrom, P. (2008). "Assignment Messages and Exchanges." Working paper, Stanford University.
134. Muruta, K., and Shiura, A. (1999): "M-Convex Function on Generalized Polymatroid," *Mathematics of Operations Research*, 24 (1), 95–105. Pin, J. E. (1998) Tropical semirings. — In 69. J. Gunawardena (Ed.), *Idempotency*. — Publ. of the Newton Institute, Vol. 11, Cambridge University Press, Cambridge (1998). 50-60.
135. Rockafellar R. T. (1970). *Convex analysis*. Princeton University Press, 1970.
136. Rochet, J. C. (1987) A necessary and sufficient condition for rationalizability in a quasilinear context. *J. Math. Econom.*, 16(2):191–200, 1987.
137. Saks, M. and Yu, L. (2005) Weak monotonicity suffices for truthfulness on convex domains. In *Proceedings of the 6th ACM Conference on Electronic Commerce*, EC '05, pages 286–293, New York, NY, USA, 2005.
138. Sergeev S. Multiorder, kleene stars and cyclic projectors in the geometry of max cones. *Contemporary mathematics*, 14:317, 2009.
139. Shioura, A. and Tamura, A. (2015). Gross substitutes condition and discrete concavity for multi-unit valuations: A survey. *Journal of the Operations Research Society of Japan* 58(1), 61–103.
140. Sun, N. and Yang, Z. (2006). Equilibria and indivisibilities: Gross substitutes and complements. *Econometrica* 74(5), 1385–1402.
141. Sun, N. and Yang, Z. (2009). A double-track adjustment process for discrete markets with substitutes and complements. *Econometrica* 77 (3), 933–952. 30]

References in Cyrillics

1. Arnol'd V.I. (2002) *Chto takoe matematika?* — M.: MCzNMO, 2002.— 104 s. ISBN 5-94057-090-9
2. Vorob'ev N. N. (1963) *E'kstremal'naya algebra matricz*. Doklady Akademii nauk SSSR. Matematika, informatika, processy` upravleniya 152 (1), 24–27 (1963).
3. Vorob'ev N. N. (1967) *E'kstremal'naya algebra polozhitel'nyx matricz*. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 3 (1), 39–72 (1967).
4. Vorob'ev N. N. (1970) *E'kstremal'naya algebra neotrizatel'nyx matricz*. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 6 (4/5), 303–312 (1970).
5. Danilov V. I. (2025), "Vvedenie v teoriyu vy'bora i stabil'nyx kontraktov", UMN, 80:4(484) (2025), 3–46; *Russian Math. Surveys*, 80:4 (2025), 549–590
6. Danilov V. I. (2015), *Zamenimost' i dopolnitel'nost' tovarov v terminax funkciy poleznosti // E'konomika i matematicheskie metody*. — 2015. — T. 51, № 4. — S. 25–36.
7. Danilov V.I., Koshevoj G.A. (2009) *E'konomiki s innovacionnymi tovarami (s Koshevy'm GA.)*, *E'konomika i matematicheskie metody*, 2009, 45(1). [251 kB]
8. Danilov V.I., Koshevoj G.A. (2004) *Diskretnaya vy'puklost'* // Zapiski nauchnyx seminarov Sankt-Peterburgskogo otdeleniya matematicheskogo instituta im. V.A. Steklova RAN. 2004. T. 312. № 11. S. 86–93.
9. Danilov V.I., Koshevoj G.A., Sotskov A.I. (1993) *E'konomicheskoe ravnovesie na ry'nce intellektual'nyx produktov // E'konomika i matematicheskie metody*. 29, vy`p. 4, 1993, S.606-616.
10. Danilov V.I., Koshevoj G.A., Lang K. (2013) *Ravnovesiya na ry'nce nedelimyx tovarov // Zhurnal Novoj e'konomiceskoy associacii*. 2013. № 2 (18). S. 10–34.
11. Danilov V.I., Koshevoj G.A., (2003) *Diskretnaya vy'puklost' i e'rmítovy matricy*, Trudy matematicheskogo instituta im. Steklova, vol. 241, Moskva, Nauka, 2003, 68–89 [334 kB]
12. Danilov V.I., (2000) *Celochislennaya vy'puklost'* Trudy' seminara I. R. Shafarevicha Vtoroj vy'-pusk, Moskva, 2000, 448–66 [251 kB] 4
13. Dudnikov P. S., Samborskij S. N. (1991), "E'ndomorfizmy` polumodulej nad polukol'czami s idempotentnoj operaciej", Izv. AN SSSR. Ser. matem., 55:1 (1991), 93–109; Math. USSR-Izv., 38:1 (1992), 91–105.
14. Galushka A. S., Niyazmetov A. K., Okulov M. O. (2021). Kristall rosta k russkomu e'konomiceskemu chudu. M.: Nashe Zavtra. [Galushka A. S., Niyazmetov A. K., Okulov M. O. (2021). Growth crystal to the Russian economic miracle. Moscow: Nashe Zavtra. (In Russian).]
15. Kazarnovskij B. Ya., Xovanskij A. G., E'sterov A. I., Uspexi matematicheskix nauk, 2021, Tom 76, vy'pusk 1(457), ss. 95–190 DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9937>
16. Kozy'rev A.N. Sovmestimost' stimulov i dvojstvennost' v usloviyah nepolnoj informacii // Cifrovaya e'konomika № 4(34), 2025 – s. 5–17. DOI: 10.34706/de-2025-03-01 10.34706/DE-2025-04-01
17. Kozy'rev A. N. Cifrovaya e'konomika i e'konomika dannyx // Cifrovaya e'konomika № 2(28), 2024 – s. 5–13. DOI: 10.33276/de-2024-02-01

18. Kozyrev A. N. E`konomika dannyx, obuchenie nejrosetej i mnogomernaya geometriya// Cifrovaya e`konomika № 3(29), 2024 – s. 5–13. DOI: 10.34706/de-2024-03-01
19. Kozyrev A.N. Modelirovanie NTP, tropicheskaya matematika i cifrovaya e`konomika, glava 53, s. 463–485. Monografiya Rossijskaya social`no-e`konomicheskaya Sistema: realii i vektory` razvitiya. 4-e izdanie, pererabotannoe i dopolnennoe. Otv. redaktory` R.S. Grinberg, P.V. Savchenko. M.: INFRA-M, 2021. – 596 s. ISBN 978-5-16-016215-7
20. Kozyrev A.N. Sovmestimost` stimulov, cifrovizaciya i torgovlya znaniyami// Cifrovaya e`konomika № 1(9), 2020 – s. 5–20, DOI: 10.34706/DE-2020-01-01
21. Kozyrev A.N. Sovremennoe sostoyanie issledovanij v oblasti torgovli informacij// Cifro-vaya e`konomika № 1(9), 2020 – s. 63–75, DOI: 10.34706/DE-2020-01-07
22. Kozyrev A.N. Optimizaciya razmeshheniya vzaimosvyazannyx NIOKR na osnove dvojnogo aukciona //E`konomika i matematicheskie metody`//E`MM, TOM 55, VY`PUSK 1, 2019, s. 32-42 DOI: 10.31857/S042473880004026-7
23. Kozyrev A.N. Modelirovanie NTP, uporyadochennost` i cifrovaya e`konomika// E`konomika i matematicheskie metody` , t. 47, № 4, 2011 g. Kozyrev A.N. (1999) Algebraicheskie svojstva informacii i ry`nok. Nauchno-texnicheskaya informaciya. ser.1, 1999, № 5. 6s.
24. Kozyrev A.N. (1989) Ry`nok programmogo obespecheniya v SSSR, licenzionnye i avtorskie dogo-vory`, ceny`. Mir PK № 3. – 1989, M.: Radio i svyaz` & IDG communications. 7s.
25. Kozyrev A.N. (1989) Obshhee ravnovesie v e`konomike s ry`nkami licenziy i produktov. Tezisy` dokladov Vsesoyuznoj shkoly`-seminara “Social`no-e`konomicheskie processy”, Kishinyov, 1989. 2s.
26. Kondrakov I. A., Shananin A. A. (211), Idempotentnye analogi teorem o neotriczatelnyx matri-czax i ix prilozheniya k analizu e`konomicheskoy informacii, Zh. vy`chisl. matem. i matem. fiz., 2011, tom 51, nomer 2, 188–205.
27. Korbut A. A. (1965) E`kstremal`nye prostranstva. Doklady` Akademii nauk SSSR. Matematika, informatika, processy` upravleniya 164 (6), 1229–1231.
28. Korbut A. A. (1972) E`kstremal`nye vektornye prostranstva i ix svojstva. Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik 8 (8/9), 525–536.
29. Krajinov D.E., Matveenko V.D. (2006) Model` e`ndogennoj rosta v innovacionnoj e`konomike
30. Krivulin N. K. (2025) Modeli i metody` tropicheskoy algebry` v zadachах optimizacii i issledo-vaniya operacij // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mexanika. Astrono-miya. 2025. T. 12 (70). Vy`p. 3. S. 444–473.
31. Krivulin N. K., Gubanov S. A. (2016) Reshenie zadachi setevogo planirovaniya na osnove metodov tropicheskoy optimizacii // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ser. 10. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy` upravleniya. 2016. Vy`p. 3. S. 62–72. DOI: 10.21638/11701/spbu10.2016.306
32. Krivulin N. K. (2009) Metody` idempotentnoj algebry` v zadachах modelirovaniya i analiza slozhnyx sistem. SPb.: Izd-vo S.-Peterb. un-ta, 2009. 256 s.
33. Krivulin N. K., Ageev V. A. Metody` tropicheskoy optimizacii v mnogokriterialnyx zadachах ocenki alternativ na osnove parnyx sravnjenij // Vestnik SPbGU. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy` upravleniya. — 2019. — №4. — P. 472–488.
34. Krivulin N.K. i dr. (2024) Reshenie mnogokriterialnyx zadach ocenki alternativ na osnove parnyx sravnjenij / Krivulin N. K., Bulgakova D. S., Grigor`ev D. A., Nagumanova K. I., Prin`kov A. S., Salova Ya. A., Filatova A. A. // Komp yuternye instrumenty` v obrazovanii. — 2024. — №2. — P. 5–29.
35. Krajinov D.E., Matveenko V.D. Model` e`ndogennoj rosta v innovacionnoj e`konomike s.294-297
36. Litvinov G. L., Dekvantovanie Maslova, idempotentnaya i tropicheskaya matematika: kratkoe vvedenie, Zap. nauchn. sem. POMI, 2005, tom 326, 145–18.
37. Litvinov G. L., Sobolevskij A. N., (2000) Tochnyye intervalnye resheniya diskretnogo uravneniya Bellmana i polinomialnaya slozhnost` zadach intervalnoj idempotentnoj linejnoj algebry` . — Dokl. RAN 374 (2000), po. 2, 304–306.
38. Litvinov G. L., Maslov V. P., Shpiz , G. B. Linejnye funkcionaly` na idempotentnyx prostranstvakh. Algebraicheskij podxod. — Dokl. AN SSSR 363 (1998), po. 3, 298-300.
39. Litvinov G. L., Maslov V. P., Shpiz , G. B. z, Tenzornyye proizvedeniya idempotentnyx polumodu-lej. Algebraicheskij podxod. — Mat. zametki 65 (1999), po. 4, 572-585.
40. Litvinov G. L., Shpiz , G. B., Yadernyye polumoduli i teoremy` o yadre. Algebraicheskij podxod. — Dokl. AN SSSR 386 (2002), po. 3, 300—303.
41. Makarov V.L. (1973) Balans nauchnyx razrabotok i algoritm ego resheniya // Sb.st. Optimizaciya, Novosibirsk, 1973, vy`p.11(28),37-45.
42. Makarov V. L. (2003). E`konomika znanij: uroki dlya Rossii // Vestnik Rossijskoy akademii nauk. T. 73, № 5. S. 450—460. [Makarov V. L. (2003). Knowledge economy: Lessons for Russia. Vestnik Ros-sijskoy Akademii Nauk, Vol. 73, No. 5, pp. 450—460. (In Russian).]
43. Maslov V. P., Kolokol`czov V. N. Idempotentnyj analiz i ego primenenie v optimalnom upravlenii. M.: Fizmatlit, 1994. 144 s.
44. Matveenko V.D., Nev O.A. (2012) Igrovaya model` prirashheniya znanij

45. Romanovskij I. V. (1959) Obodnoj teoreme R. Belmana. Teoriya veroyatnostej i ee primeneniya 4 (4), 456–458.
46. Romanovskij I. V. (1964) Asimptotika rekurrentnyx sootnoshenij dinamicheskogo programmirovaniya i optimal'noe stacionarnoe upravlenie. Doklady Akademii nauk SSSR. Matematika, informatika, processy upravleniya 157 (6), 1303–1306 (1964).
47. Romanovskij I. V. Optimizaciya stacionarnogo upravleniya diskretnym determinirovannym processom. Kibernetika i sistemnyj analiz 3 (2), 66–78 (1967).
48. Timorin V. A., Kovanskij A. G., "Mnogogranniki i uravneniya", Matem. prosv., ser. 3, 14, Izd-vo MCzNMO, M., 2010, 30–57 [34] 154.
49. Shpiz G. B., (2000) Reshenie algebraicheskix uravnenij v idempotentnyx polu-polyax. — Usp. mat. nauk 55 (2000), no. 5, 185—186.
50. Yakovlev D. M., Krivulin N. K. (2025) Reshenie mnogokriterial'noj zadachi opredeleniya prioritetov dorozhnyx rabot. Izbranny'e trudy' vesennej nauchno-prakticheskoy konferencii po voprosam informatiki, matematiki, mechaniki i astronomii «Mat-mex. Nauka 2025» 28 aprelya – 3 maya 2025 g. Sankt-Peterburg S. 63–73

Ключевые слова

двойственность, квазидифференциал, критическая точка, многообразие, равновесие

Козырев Анатолий Николаевич, к.ф.-м.н., д.э.н

Центральный экономико-математический институт РАН

ORCID 0000-0003-3879-5745,

kozyrevan@yandex.ru

Anatoly Kozyrev, Applications of tropical mathematics in economics and game theory

Keywords

duality, quasidifferential, critical point, manifold, equilibrium.

DOI: 10.34706/DE-2025-05-05

JEL classification: C65-Разнообразные математические инструменты; C71 Кооперативные игры

Abstract

The possibilities of using tropical (idempotent) mathematics in solving economic problems where traditional mathematical methods do not work or work poorly are shown. Much attention is paid to works where the use of tropical mathematics is not limited to speeding up computational procedures, but concerns the very concept of the problem, its meaningful meaning. Unfortunately, there are very few such works, although the transition to the digital economy and the country economy would seem to give rise to the use of tropical methods, since digital products have suitable properties.

УДК: 338.1

2.2. Анализ цифровой экономики России в условиях российско-украинского конфликта

Гэн Хао

Университет Нинся, Нинся, Китай

Му Итао

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

Всесторонние цифровые санкции, введенные западными странами против России на фоне российско-украинского конфликта, не только изменили ландшафт технологической геоконкуренции, но и обнажили структурная уязвимость российской цифровой экономики. Исследование берет за отправную точку именно цифровые санкции и систематически анализирует механизмы внешнего давления, с которыми сталкивается Россия, а также дилеммы, возникающие в процессе трансформации её цифровой экономики. В то же время наше исследование предлагает новую аналитическую рамку для изучения механизмов действия технических санкций в эпоху цифровых технологий, стратегий цифровой трансформации России и потенциала российско-китайского сотрудничества в цифровой сфере.

Введение

Цифровая экономика, являясь ключевым драйвером глобального экономического роста, стремительно трансформирует правила международной конкуренции и саму структуру государственной власти. Эскалация российско-украинского конфликта привела к тому, что цифровые технологии впервые были систематически интегрированы в современные механизмы ведения войны и применения санкций. Западные страны ввели против России комплекс цифровых санкций, включая блокировку международных платёжных систем, разрыв цифровых связей в глобальных цепочках поставок и изоляцию российской академической среды от международного научного сообщества.

Возникновение этой новой санкционной парадигмы не только ставит под сомнение теоретические основы традиционной технологической глобализации, но и обнажает уязвимость суверенных государств в условиях цифровой эпохи. Именно это обстоятельство определяет актуальность настоящего исследования.

В последние годы вопросы цифрового суверенитета и технологических санкций привлекают всё большее внимание исследователей. Так, Дж. Н. Розенау разработал концепцию «политизации технологий», подчеркивая роль цифровых инструментов как средства geopolитической борьбы великих держав. Дж. Займан, в свою очередь, анализировал «военизированный» характер цифровых санкций через призму безопасности цепочек поставок.

В отечественной научной литературе Ли Хуа уделяет особое внимание путям цифровой трансформации России, отмечая определённые успехи в импортозамещении. Ван Цян исследует структурные противоречия западных технологических санкций с позиций международной политической экономии. Однако существующие работы в основном сосредоточены либо на последствиях односторонних санкций, либо на анализе технологической политики. Систематическое изучение динамических механизмов, с помощью которых Россия формирует цифровой суверенитет в условиях конфликта с Украиной, а также влияние этих процессов на глобальный технологический порядок, остаётся недостаточно разработанным.

Настоящее исследование опирается на методы кейс-анализа и сравнительного анализа для изучения состояния российской цифровой экономики на фоне российско-украинского конфликта и выявления ключевых вызовов. Научная новизна работы заключается в систематическом выявлении последствий цифровых санкций, наложенных на Россию, и в анализе контрмер, предпринимаемых страной в ответ на эти ограничения.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что анализ российской цифровой экономики в условиях санкций позволяет выявить новые формы и механизмы международного экономического взаимодействия в цифровую эпоху, предлагая свежие концептуальные подходы для развития теории международного экономического сотрудничества.

Практическая значимость работы заключается в том, что процесс построения цифрового суверенитета требует тщательного баланса между соображениями безопасности и экономическими издержками, связанными с потерей эффективности. Полученные выводы могут служить стратегическим ориентиром для развития российско-китайского цифрового партнёрства, а также для формирования общих технологических стандартов в рамках БРИКС.

Глава I Цифровая экономика России

Мы живём в эпоху стремительного технологического прогресса и трансформации экономических систем. По мере развития общества возникают новые понятия, позволяющие осмысливать происходящие

технологические преобразования и социальные изменения. Появление термина «цифровая экономика» отражает новую парадигму экономического и социального развития, обусловленную ростом роли цифровых технологий.

Цифровая экономика охватывает совокупность экономических процессов, в которых ключевыми факторами производства выступают цифровые знания и информация, современные информационные сети играют центральную роль, а эффективное применение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) способствует повышению производительности и оптимизации экономической структуры.

Раздел 1 Понятие цифровой экономики

Понятие цифровой экономики в российской практике тесно связано с концепцией цифрового суверенитета. Программа «Цифровая экономика Российской Федерации», утверждённая правительством в 2017 году, впервые закрепила это понятие на национальном стратегическом уровне, определив цифровую экономику как «системные изменения в механизмах оптимального распределения ресурсов и создания экономической ценности на основе цифровых платформ, искусственного интеллекта и технологий анализа больших данных».

Это определение не только восприняло ключевые положения концепции «технологического прорыва», предложенной ОЭСР, но и усилило правовые рамки цифрового суверенитета через законодательное регулирование. В частности, Федеральный закон «О персональных данных» с поправками 2020 года вводит чёткое разграничение данных на две категории:

Стратегические данные — например, координаты энерготранспортной инфраструктуры или техническая документация оборонных предприятий, — трансграничная передача которых запрещена, а хранение обязательно осуществляется на серверах, расположенных на территории Российской Федерации;

Коммерческие данные — такие как записи о потребительском поведении, — которые могут экспортirоваться при условии использования государственного сертифицированного шифрования.

Как отметил Генеральный секретарь ООН Антониу Гуттериш, цифровые технологии кардинально преобразовали все сферы жизни и стали мощным двигателем экономического роста и развития бизнеса.

Раздел 2 Состояние цифровой экономики в России

В 2019 году валовой внутренний продукт (ВВП) Российской Федерации вырос на 1,3 % по сравнению с предыдущим годом — что на 1,2 процентных пункта ниже темпов роста 2018 года. Тем не менее, показатели развития цифровой экономики оказались впечатляющими, продемонстрировав значительный потенциал и широкие перспективы роста.

Согласно данным Высшей школы экономики, в 2019 году объём инвестиций в цифровую экономику составил 40,94 млрд рублей, а её доля в ВВП достигла 3,7 %. За последние десятилетия интернет в России стал массово доступным: если в начале 2010-х годов домашний интернет имел лишь 48,4 % российских домохозяйств, то к началу 2020 года этот показатель вырос до 76,9 %.

Особого внимания заслуживает динамика развития рынка облачных услуг. По состоянию на 2020 год доля публичных (public cloud) облачных сервисов превышала 85 % от общего рынка. В том же году доля цифровой экономики в сфере услуг (третий сектор) составила 43,9 % — значительно превысив суммарную долю первичного (сельское хозяйство, добыча полезных ископаемых) и вторичного (промышленность и строительство) секторов.

Согласно прогнозам Ассоциации больших данных России, к 2024 году объём рынка Big Data в стране превысит 300 млрд рублей.

С методологической точки зрения, в «Руководстве по учёту цифровой экономики», опубликованном Министерством экономического развития РФ в 2023 году, предложен подход «трёхуровневого сложения» для измерения экономического вклада цифровой экономики:

Первый уровень — прямой выпуск отрасли информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), составляющий 4,3 % ВВП. Сюда входят производство полупроводников, разработка телекоммуникационного оборудования и программного обеспечения.

Второй уровень — цифровая добавленная стоимость в традиционных отраслях экономики, достигающая 12,7 % ВВП. Основное внимание при этом уделяется интеллектуальной трансформации энергетики и промышленного производства.

Третий уровень — цифровые производные услуги, такие как электронная коммерция и финтех, на долю которых приходится 8,1 % ВВП.

Такая методология существенно отличается от китайской модели учёта, основанной на принципе конвергенции между промышленной цифровизацией и цифровой индустриализацией. В российском подходе акцент делается на цифровой вес стратегических отраслей — прежде всего оборонной и энергетической промышленности — при относительном снижении внимания к экономическому вкладу потребительского интернет-сегмента.

Эта ориентация отчётливо проявляется в распределении государственных ресурсов. Так, в федеральном бюджете на 2023 год на цифровую модернизацию топливно-энергетического комплекса было выделено 1,2 трлн рублей, в то время как инвестиции в инфраструктуру электронной коммерции составили лишь 80 млрд рублей. Подобное соотношение расходов наглядно отражает ключевой принцип стратегии цифровой экономики России: «безопасность превыше всего».

Пространственное распределение российской цифровой экономики характеризуется разрывом «центр–край». В основных городах, таких как Москва и Санкт-Петербург, охват базовыми станциями 5G достиг 85%. В инновационном центре Сколково в 2023 году запланированы испытания технологии 6G с целью реализации связи в диапазоне терагерц к 2025 году. Однако строительство цифровой инфраструктуры в Сибири и на Дальнем Востоке существенно отстает: охват оптоволоконной сетью составляет всего 41%, более 600 деревень и городов по-прежнему зависят от медных кабельных линий советского периода со средней скоростью менее 10 Мбит/с. Для восполнения пробела планируется запустить космическую группировку «Сфера» и обеспечить всеобщее покрытие Интернетом с помощью 138 низкоорбитальных спутников; на 2023 год развернуто только 23 спутника, а стоимость изготовления одного спутника достигает 120 миллионов долларов США, что существенно выше 250 тысяч долларов США за спутник «SpaceX». Это выявляет узкие места в эффективности российской космической отрасли.

Процесс цифровой трансформации отрасли также поляризован. В энергетическом секторе «Газпром» построил полностью цифровую систему мониторинга трубопроводов, которая собирает данные о давлении и температуре в реальном времени с помощью 120 тысяч датчиков интернета вещей и прогнозирует неисправности оборудования. Это сопровождается внедрением алгоритмов искусственного интеллекта и позволило снизить затраты на техническое обслуживание на 18% в 2022 году. Уровень цифровизации сельского хозяйства составляет менее 15%; только 23% хозяйств используют интеллектуальное орошение или мониторинг с применением беспилотников, инвестиции в цифровую трансформацию составляют всего 0,3% от общего объема производства отрасли. Различия обусловлены структурным дисбалансом политических стимулов: согласно отчету Счётной палаты России за 2023 год, 72% бюджета федерального правительства на цифровую трансформацию в размере 4,5 трлн рублей поступило государственным энергетическим и военно-промышленным предприятиям, тогда малые и средние сельскохозяйственные предприятия получили только 3% субсидий. Более глубокое противоречие касается возможностей технологической адаптации. По данным исследования МГУ 2022 года, 65% российских малых и средних предприятий до сих пор используют локализованные ERP-системы, возможности обработки данных которых не соответствуют потребностям облачных вычислений и анализа ИИ, что приводит к рентабельности вложений в цифровизацию менее чем 1,2%.

Раздел 3 Влияние российско-украинского конфликта на цифровую экономику России

С 2014 года, после событий в Крыму, западные страны ввели длительную санкционную политику против Российской Федерации. Многие российские организации и физические лица оказались в санкционных списках. После эскалации конфликта между Россией и Украиной в феврале 2022 года, по состоянию на 12 сентября, введено 9202 новых санкций, общее число санкционных мер достигло 11 897. Технологические санкции создали системный разрыв в российской цифровой экономике, прежде всего в цепочках поставок полупроводников. После прекращения поставок Intel и других компаний производство в крупнейшей российской компании-разработчике процессоров было вынуждено приостановиться; цены на чипы в ассортименте выросли с 350 до 2200 долларов за штуку, производительность — на уровне Intel 2015 года. Для поддержания функционирования ключевых отраслей Минпромторг России запустил механизм параллельного импорта поддержанного оборудования через третьи страны (например, Турцию и Казахстан), но стабильность канала сомнительна. По данным за период январь — июнь 2023 года, 32% поставленного через таможню Алматы полупроводникового оборудования возвращено из-за несоответствия техническим стандартам, 17% уничтожены украинской разведкой в процессе транспортировки.

Разрыв программной экологии усугубляет кризис. После ухода немецкой компании SAP 85% предприятий обрабатывающей промышленности рискуют парализовать системы управления производством. Так, у российской автомобильной компании эффективность планирования линий снизилась на 47%, что привело к потере производственных мощностей в 2022 году. В качестве альтернативы правительство обязало продвигать отечественное программное обеспечение «1С: Предприятие», однако его модули поддерживают лишь базовый финансовый учет и не обеспечивают возможности оптимизации цепочек поставок и прогнозирования с применением ИИ. Блокировка технологий с открытым исходным кодом оказалась вредной: запрет GitHub на аккаунты российских разработчиков привел к прерыванию обновлений 30% проектов с открытым исходным кодом; российские компании перешли на местную хостинговую платформу, но задержка синхронизации кода составила около шести месяцев, что затруднило скорость технологической итерации.

Ограничение потока данных и утечка мозгов представляют собой долгосрочную угрозу. Google сократил емкость облачных сервисов в России на 70%; в ответ Минкомсвязи России ускорило создание «суворенного интернета» — фильтрацию 90% трансграничного трафика с применением технологий глубокой проверки пакетов — и провело национальное стресс-тестирование на отключение сети в январе 2023 года. Тем не менее, эффекты технологических санкций продолжают распространяться: в 2022 году более 100 тысяч IT-специалистов покинули Россию; доля выпускников ИИ Московского физико-технического института, работающих за рубежом, возросла с 15% до 42%; это влияет на исследовательские возможности. Количество международных патентных заявок в России в 2023 году снизилось на 19% по сравнению с 2022 годом. Глобальный рейтинг в областях квантовых вычислений, автономного вождения и других упал ниже 15-го места.

Россия продолжает оставаться страной-импортером информационно-коммуникационных технологий, с понижением соотношения экспорта к импорту ИКТ-услуг в трех основных сегментах на 12% по сравнению с прошлым годом, при этом сохраняется положительное сальдо. Ситуация с дефицитом телекоммуникационных услуг улучшилась: в 2020 году экспорт и импорт выросли на 8 процентных пунктов.

Глава II Цифровые санкции в контексте российско-украинского конфликта

Эволюция конфликта демонстрирует, что цифровые санкции представляют собой войну в условиях полной цифровизации. Практика боевых действий демонстрирует, что хотя механизированные силы России обладают мощью, отставание в цифровых системах ослабляет преимущества. Украина, получившая поддержку и возможности из цифровых технологий западных стран, существенно повысила свои боевые возможности, применяя целый набор цифровых ударных средств.

Раздел 1 Цифровые санкции в экономической и торговой сферах

Волна цифровых санкций создала двойное удушение — «отключение платежных систем» и «цифровое отключение цепочек поставок» — в экономиках и торговле, превосходя традиционные санкции по интенсивности и сложности. Исключение главных российских банков из SWIFT перекрыло долларовые платежи в энергетической торговле и вызвало цепную реакцию в глобальной платежной системе. Например, Индия, будучи вторым по величине покупателем российской нефти, вынуждена перейти на расчеты в рублях и рупиях через государственную нефтяную компанию «Индийская нефть», поскольку прямые платежи через SWIFT стали невозможны. По данным Центрального банка Индии за 2023 год, курс рубля в 2022 году колебался до 40%, что повлекло курсовые убытки для индийских компаний на сумму около 1,7 млрд долларов. Россия усилила продвижение расчетов в юанях с Китаем: доля юаней в импортных расчетах в 2023 году возросла до 34% по сравнению с 3% до начала конфликта; ежемесячный объем транзакций китайско-российской трансграничной межбанковской платежной системы превысил 120 млрд юаней, что в шесть раз больше по сравнению с 2022 годом. Однако стратегия «поворота на Восток» имеет структурные ограничения: ограниченная интернационализация юана; российским компаниям по-прежнему приходится обменивать доллары через посредников, а трансакционные издержки увеличиваются на 8–12%. В результате прямые экспортные ограничения США на полупроводниковое оборудование и промышленное ПО влияют на российскую авиационную и автомобилестроительную отрасли — например, задержки и снижение локализации приводят к экономическим потерям и снижению поставок: разработка самолета Су-100 задержалась на 18 месяцев, уровень локализации был вынужденно поднят с 55% до 82%, однако аэродинамические характеристики заменяющих компонентов ухудшились на 23%, что напрямую привело к отмене 30 заказов для рейсов в Индонезию и понесенному ущербу в 1,2 миллиарда долларов. В автомобильной промышленности после закрытия системы поддержки России в Германии уровень отказов сварочных роботов на Волгоградском автомобильном заводе вырос с 0,7% до 9,4%, предприятию пришлось вновь задействовать ручные производственные линии 1980-х годов, в результате чего ежедневный выпуск флагманской модели сократился с 1300 до 400 автомобилей. Такое технологическое снижение вызывает обратную замену в цепочке поставок. Урало-Кузнецкий завод импортирует бывшие в употреблении станки с числовым программным управлением через Армению, с погрешностью обработки до 0,2 миллиметра, что приводит к росту доли бракованных изделий основных боевых танков с 1,5% до 11%, вынуждая Министерство обороны России сократить объемы закупок в 2023 году с 230 до 90 единиц.

Последствия санкций также затрагивают потребительский сектор: прекращение сервисов Apple и Google в России привело к перераспределению рынка смартфонов в пользу китайских брендов; однако предустановленная система Android блокирует Google Play, что вынуждает пользователей прибегать к альтернативным магазинам, а доля вредоносного ПО выросла до 18% по данным «Лаборатории Касперского». Локальные стандарты диапазона 5G несовместимы с глобальным диапазоном 3,5 ГГц, что повышает стоимость импортного оборудования и задерживает проекты интернета вещей. Разворачивание промышленных датчиков в 2023 году сократилось на 28% по сравнению с предыдущим годом, что замедляет реализацию проектов умных городов более чем на 2 года.

Раздел 2 Цифровые санкции в информационной сфере

Цифровые санкции переросли в «алгоритмическую войну» и «кибертрансграничную войну», направленные на когнитивное господство в цифровую эпоху. Meta ограничила поток контента российских государственных СМИ в социальных сетях, что стимулировало Кремль к реализации проекта информационного суверенитета. Платформа «ВКонтакте» внедрила алгоритм взвешивания патриотического контента, повысив приоритет российского информационного агентства «Новости» и телеканала «Россия сегодня» до 78%, тогда как экспозиция западных СМИ была снижена до менее чем 5%. В ответ на это независимое исследовательское агентство «Левада-центр» зафиксировало рост согласия населения с «теорией западной угрозы» до 82% в 2023 году; неоднозначность восприятия прогресса «специальной военной операции» достигло 65%, что отражает маскирующий эффект алгоритмического воздействия на оценку реальных событий. Минкомсвязи России профинансировало разработку телеграм-плагина для массовой публикации русских новостей в англоязычных и франкоязычных сообществах с применением автоматического перевода и переписывания с помощью ИИ; доля механизированного контента,

помеченного фактчекинговыми агентствами как «дезинформация», достигает 43%, что усиливает антагонизм в международном общественном мнении.

Киберборьба в рамках войны демонстрирует смешанный характер. Украинская «IT-армия» привлекла глобальных хакеров к проведению «цифровой партизанщины» против критической инфраструктуры России. В мае 2023 года они атаковали систему бронирования билетов Российской железной дороги, что привело к отмене 1200 поездов за три дня и прямым экономическим убыткам в 230 млн долларов. Ответные меры России включали вовлечение киберспециалистов ФСБ и внедрение вредоносных программ в украинскую энергетическую инфраструктуру, что привело к 14-часовому отключению электричества в Одессе и порче 24 тонн продуктов в холодильных контейнерах. Украинские хакерские организации открыто заявляют о своей ответственности за атаку на российский Центр управления космосом, что привело к отклонению от орбиты трех спутников «Сфера». В то же время российская организация «Песчаный червь» была обвинена в атаке на украинских операторов связи, что вызвало 12-часовое отключение связи для 24 миллионов пользователей. В результате этого не было возможности связаться с экстренной службой, что привело к смерти, как минимум, 17 пациентов с сердечными заболеваниями.

Эти события продемонстрировали, что конфликт выходит за рамки традиционной войны.

Производные эффекты информационных санкций влияют на географическую конфигурацию цифровых технологий. Россия ускоряет создание «суверенного интернета»; это сопровождается глубокой инспекцией пакетов и внедрением блокчейн-технологий внутри страны. Это обеспечивает стабильность внутренней сети, но увеличивает задержку доступа к международным сайтам и влияет на обработку международных заказов на платформах электронной коммерции, например Wildberries. Время обработки международных заказов на платформе было увеличено с 2 до 7 дней, а процент возврата увеличился до 22%. Еще более серьезной является изоляция технических стандартов. Критически возрастают изоляция технических стандартов: в 2023 году посещаемость международных сайтов снизилась на 61%.

Раздел 3 Цифровые санкции в сфере образования

Цифровые санкции в образовательной сфере наносят системный ущерб российской научной системе: после отключения доступа Elsevier 89% исследовательских проектов РАН столкнулись с кризисом доступа к литературе. В ответ правительство запустило «Проект академического зеркала» — требование хранения загруженных работ на локальных серверах — что вызвало споры об интеллектуальной собственности. Elsevier попытался обратиться в арбитражный суд Москвы, обвиняя РАН в незаконном хранении 57 тысяч работ на сумму 230 миллионов долларов. Это побудило Россию перейти к использованию препринтов как способа предварительного распространения результатов. Доля подач русскоязычных работ на arXiv в 2023 году выросла на 79%, однако отсутствие рецензирования приводит к вариативному качеству. По данным ВШЭ, среди препринтов без рецензирования методологические недостатки достигают 58%.

Санкции в онлайн-образовании усиливают технологический разрыв между поколениями. После блокировки Coursera российский пользовательский охват локальной платформы вырос с 1,2 млн до 5,8 млн пользователей; однако курсы концентрируются на базовом программировании и изучении языков, менее 3% — в передовых областях, таких как ИИ и квантовые вычисления. Для восполнения пробелов Министерство образования России сотрудничает с Huawei, ZTE и другими китайскими компаниями, внедряет китайские курсы ИИ с русскими субтитрами; однако культурные различия и альтернативные подходы к обучению приводят к завершению курсов на уровне около 19%, что заметно ниже 43% на международных платформах. Утечка мозгов стала более острой: в 2022 году ведущая лаборатория ИИ МФТИ переехала в Дубай, забрав патенты и сотрудников; случаи утечки кадров зафиксированы и в индустриальном сегменте. В 2023 году число заявлений на международные патенты в России снизилось на 19%, в том числе в области ИКТ — на 37%. Коэффициент конверсии технологических достижений вузов снизился с 14% (2019) до 6% (2023). В 2023 году утечка научных сотрудников РАН в возрасте до 40 лет составила 29%, что является рекордным показателем. Это усиливает отток молодых исследователей и снижает академическую мобильность. В условиях нехватки кадров в цифровой экономике российский рынок нуждается в дополнительной подготовке и переквалификации специалистов. В настоящее время в сфере цифровой экономики России работает около 2,3 миллиона человек, и в будущем потребуется еще 2 миллиона специалистов в области сетевых технологий.

Глава III Путь для развития цифровой экономики России

Исторический опыт демонстрирует, что инновации и развитие цифровой экономики способны радикально изменить модели организации и управления в бизнесе, торговле, логистике, промышленности и экономических отношениях. Это достигается через повышение эффективности, снижение затрат, создание новых продуктов и укрепление производственной базы. В контексте обострения рыночной конкуренции и изменений потребительских предпочтений цифровая трансформация финансовых услуг остается ключевой тенденцией. Президент России в выступлениях на Федеральном собрании (1 марта 2018, 20 февраля 2019, 15 января 2020) подчеркивал важность цифровой экономики для обеспечения национальной безопасности, технологической независимости и будущего страны. Россия обладает базой, условиями и потенциалом для развития цифровой экономики; некоторые показатели достигли международного уровня, но остаются значительные слабости, ограничивающие дальнейшее развитие.

Раздел 1 Контрмеры России в ответ на цифровые санкции Запада

Столкнувшись с санкциями, Россия применяет стратегии технологического замещения, цифрового законодательства и сотрудничества с восточными странами, что формирует параллельную технологическую экосистему; однако эффективность контрмер ограничена.

В сфере полупроводников запущена 28-нм линия крупнейшего российского производителя микропроцессоров; реализован сборочный цикл процессора Elbrus-16С, основанный на переработке подержанных литографических станков Голландии и китайской технологии травления. При этом производительность составляет примерно 35% от Intel i5, а энергопотребление — в 2,1 раза выше.

Реконструкция программной экологии сталкивается с трудностями: система локальной локализации в банковском секторе достигла 78%, но магазин приложений содержит всего 12 тысяч программ, что привело к необходимости разработки Сбербанком «виртуальной песочницы Windows» для запуска международного финансового ПО; это снизило скорость обработки торговой системы и трехкратно увеличило количество жалоб.

Законодательные меры. Закон о локализации данных обязывает предприятия с иностранным капиталом хранить данные российских пользователей на внутренних серверах; нарушители подлежат штрафам до 10% годового оборота. Microsoft закрыла российский облачный сервис, но коэффициент нагрузки сервера на локальные центры Яндекса взлетел до 95%, а его московский центр простоял 14 часов из-за перегрузки системы охлаждения в июле 2023 года, в результате чего платформы электронной коммерции, такие как Wildberries, потеряли более 1,5 миллиарда рублей. Чтобы укрепить цифровой суверенитет, Минкомсвязи России запустило второй этап строительства «Суверенного интернета», чтобы построить независимую систему с помощью технологии блокчейн, но стресс-тест «в мае 2023 года показал устойчивость 43% по сравнению со среднемировым уровнем, а показатели разрешения доменных имён достигли 1,7%.

Переход международного сотрудничества на восточные рынки. Подписано соглашение с Ираном о цифровом коридоре для использования Huawei OceanStor в проекте подводного Волокно-оптического кабеля на Каспии, что снизило задержку обмена данными на фьючерсах на нефть на Тегеранской бирже с 220 мс до 35 мс. В цифровой валютной сфере Банк России ускорил тестирование взаимосвязи цифрового рубля с юанем; платеж через Харбинский банк в размере 50 млн юаней осуществился за 8 секунд, но потолок среднесуточных транзакций системы был установлен на уровне 1 миллиарда рублей, что затруднило удовлетворение спроса на товарные операции. Индийский рынок остаётся ограниченным: несмотря на соглашение о расчетах в рублях и рупиях, Национальная платежная корпорация Индии не получила доступ к российской платежной системе, что привело к удлинению срока платежа до 14 дней..

Раздел 2 Вызовы развития цифровой экономики в России

Глубокое противоречие российской цифровой экономики заключается в непримиримости между видением технологической автономии и глобальной экологической зависимостью. Особенно заметна уязвимость цепочки полупроводниковой промышленности. Несмотря на то, что 28-нанометровая производственная линия была запущена в эксплуатацию, производство вафель по-прежнему зависит от 300-мм кремниевых пластин, контрабандно ввезенных из Тайваня, объем контрабанды которых в 2023 году составил 12 тысяч штук, а надбавка к себестоимости товара составила 470%. Более серьезной проблемой стало прекращение поставок проектных инструментов. После отмены лицензий США цикл проектирования чипов в России увеличился с 6 месяцев до 18 месяцев, а способность оптимизации энергопотребления снизилась на 60%.

Глубокое противоречие между стремлением к технологической автономии и глобальной экологической зависимостью особенно заметно в цепочке поставок полупроводников. В 28-нанометровой линии производство вафель зависит от 300-мм кремниевых пластин, которые контрабандно ввозятся из Тайваня (объем контрабанды в 2023 году — около 12 тысяч штук; надбавка к себестоимости — 470%). Более серьезной проблемой стало прекращение поставок проектных инструментов: после отмены лицензий США цикл проектирования чипов в России увеличился с 6 до 18 месяцев; способность оптимизации энергопотребления снизилась на 60%.

Разрыв цифровой экологии подталкивает рост операционных расходов. В трансграничной электронной коммерции Wildberries потребовалось подключиться к системе UnionPay из-за перебоев с PayPal; данные таможенных оформлений были несовместимы с системой ГТУ РФ, что увеличило срок хранения логистических операций с 5 до 16 дней и уровень порчи свежих товаров до 31%. Промышленный интернет столкнулся с ростом ошибок обработки данных: после прекращения обслуживания немецким партнёром Газпром перешёл на отечественные системы, что увеличило долю ошибок с 0,03% до 1,2%, на фоне чего в 2023 году было зафиксировано 17 тысяч ложных срабатываний сигналов давления в трубопроводах, что снизило поставки газа в Китай на 12 млрд кубометров. Уровень оттока пользователей со стриминговых сервисов Российской Федерации после переговоров по лицензиям снизил запас европейских сериалов с 21 тысячи до 800, что сопровождалось ростом оттока пользователей в 43%.

Неудача международного технического сотрудничества обостряет инновационную дилемму. Несмотря на участие России в BRICS по цифровому управлению, взаимное признание технических стандартов между странами идет медленно; несовместимые криптографические протоколы затрудняют настройку трансграничных проектов промышленного интернета вещей между Китаем и Россией в три

раза. Последствия образовательных санкций продолжают усиливаться: невозможность доступа к IEEE заставляет российскую исследовательскую команду Московского университета имени Баумана работать с устаревшей литературой, что ухудшает точность позиционирования складских роботов до 1,5 м (аналогичная продукция от Amazon имеет точность 0,05 метра). Это привело к отказу Почты России от плана закупки 2000 единиц оборудования.

Однако в то же время российская промышленность продолжает демонстрировать активность. В металлургии широко применяются технологии Индустрии 4.0: облачные вычисления, цифровые двойники, предиктивная аналитика и создание собственных экосистем и маркетплейсов. Это свидетельствует об инновационной активности отрасли и потенциале для трансформации как потребительских, так и национальных секторов.

Раздел 3 Перспективы сотрудничества и конкуренции между Китаем и Россией в области цифровой экономики

Китайская цифровая экономика превосходит российскую в общей мощности и уровне развития, однако обе страны обладают сильными сторонами и имеют взаимодополняющие особенности. Китайские технологии широкополосной связи, облачных вычислений, искусственного интеллекта и Интернета вещей опережают российские; мобильная связь 5G находится на передовых позициях в мире. В Китае сформирована благоприятная инновационная среда и многослойный рынок капиталовложений, поддерживающий технологические разработки и их вывод на международный рынок, что позволяет китайским компаниям оказывать России значительную поддержку на технологическом уровне.

Россия обладает преимуществами в фундаментальных науках, таких как математика и физика, в то время как в Китае ранее не придавали должного значения фундаментальным дисциплинам, что привело к относительной отсталости в ключевых технологиях и оригинальных инновационных способностях. Возможности двух стран по обмену опытом в цифровых технологиях и совместному сотрудничеству на всех этапах — от исследований до внедрения — выглядят уровнями взаимного дополнения. Цифровая торговля стала новой привлекательной сферой сотрудничества между двумя странами. Согласно статистике Ассоциации электронной коммерции России, в 2020 году объем рынка трансграничной электронной торговли в России составил 440 миллиардов рублей, причем торговля с Китаем составила 70% от этого объема. На российском рынке платформа AliExpress пользуется большой популярностью среди россиян, поскольку товары из Китая не только качественные и недорогие, но и имеют сравнительно низкую стоимость доставки. Китай создал комплексные экспериментальные зоны трансграничной электронной торговли в таких городах, как Суйфэнхэ и Хэйхэ, что обеспечивает дополнительную поддержку для трансграничной торговли между Китаем и Россией. По состоянию на 2020 год оборот на платформе «Русские товары» в Хэйхэ достиг 70 млн юаней.

Заключение

Практика цифровых санкций в контексте российско-украинского конфликта раскрывает логику асимметричной передачи технологической власти в эпоху деления глобализации и дилемму цифровой трансформации суверенных государств. Результаты показывают, что эффективность «цифрового суверенитета» зависит не только от технологических возможностей, но и от синергетических издержек глобальной экологии. Для стран с формирующейся рыночной экономикой необходим динамический баланс между безопасностью и открытой эффективностью. В краткосрочной перспективе целесообразны региональные альянсы (например, цифровой коридор BRICS) для диверсификации рисков; в долгосрочной перспективе — развитие эндогенной инновационной экосистемы. Для Китая уроки России показывают необходимость ускорения технологических прорывов в таких «застоявших» областях, как полупроводники и промышленное программное обеспечение, избегая при этом снижения эффективности производственной цепочки из-за чрезмерной локализации.

С точки зрения перспектив сотрудничества между Китаем и Россией в области цифровой экономики следует ожидать продолжения взаимной кооперации и конкуренции в рамках глобальной тенденции цифровой трансформации. Китай и Россия могут развивать сотрудничество на всех этапах — от исследований до применения — опираясь на укрепление собственных экономик и продвижение совместных проектов, создавая образцы сотрудничества, которые будут способствовать развитию глобальной цифровой экономики.

Ограничения исследования связаны с недостаточным, на наш взгляд, объемом данных и необходимостью подтверждения полученных выводов дальнейшими результатами.

Литература

1. Абдрахманова Г. И., Демьянова А. В., Ковалева Г. П. и др. Индикаторы цифровой экономики: 2021 [M]. М.: НИУ ВШЭ, 2021, 160.
2. Абдрахманова Г. И., Вишневский К. О., Гохберг Л. М. Цифровая экономика: 2019 [M]. М.: НИУ ВШЭ, 2019, 84.
3. Лаборатория Касперского. Анализ устойчивости Рунета [R]. 2023.
4. Леднева О. В. Статистическое изучение уровня цифровизации экономики России: проблемы и перспективы [J]. // Вопросы инновационной экономики, 2021, №2, 457–470.
5. МГУ им. Ломоносова. Отчет «Цифровая зрелость МСП в России» [R]. М., 2022.

6. МинцифрыРоссии. Отчет о развитии сетей 5G в РФ [R]. М., 2023.
7. Минцифры РФ. Соглашение о создании цифрового коридора Россия-Иран [R]. М., 2023.
8. МФТИ.Отчетотрудоустройстве выпускников [R]. Москва, 2023.
9. НИИ «Электрон». Исследование энергоэффективности российских чипов [R]. СПб, 2023.
10. НИИ роботехники МГТУ. Отчет о разработке складского робота [R]. М., 2023.
11. НИУ ВШЭ.Анализ проблем интеграции платежных систем [R]. 2023.
12. ПАО «Газпром». Годовой отчет 2022: Цифровая трансформация [R]. М., 2023.
13. Прокопова С. И., Устинов С. В., Елхова В. А. Цифровая зрелость металлургической отрасли России: драйверы и проблемы роста в новых геополитических условиях. Часть I. Оценки инновационного потенциала цифровой трансформации [J]. // Вестник университета, 2023, №11, 61-69.
14. Роскосмос. Этапы развертывания спутниковой группировки [R]. М., 2023.
15. Роспатент. Статистика международных патентных заявлений [R]. М., 2023.
16. Росстат. Валовые внутренние затраты на развитие цифровой экономики в 2019 г. [R]. М., 2020.
17. Росстат. Инфраструктура связи в регионах РФ [R]. М., 2023.
18. Россельхозбанк. Анализ цифровизации АПК [R]. М., 2023.
19. Счетная палата РФ. Аудит расходов на цифровую трансформацию [R]. М., 2023.
20. Китайско-российское торгово-экономическое сотрудничество стабильно развивается (<http://russian.people.com.cn/n3/2021/0406/c31521-9836224.html>).
21. Российский рынок публичных облачных услуг 2020-2021 (http://tmt-consulting.ru/wp-content/uploads/2021/06/Рейтинг-TMT-Конса_лтинг-Рынок-публичных-облачных-услуг-2020-2021.pdf).
22. 2019: Создание кодекса саморегулирования рынка больших Данных([https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Большие_данные_\(Big_Data\)_в_России](https://www.tadviser.ru/index.php/Статья:Большие_данные_(Big_Data)_в_России)).
23. 陈楷基 · 俄乌冲突背景下西方对俄“数字制裁”：表征、动因与影响 [J], 《长治学院学报》 · 2022年第6期, 50-65页。
24. 蓝庆新 · 汪春雨 · 尼古拉 · 俄罗斯数字经济发展与中俄数字经济合作面临的新挑战 [J], 《东北亚论坛》 · 2022年第5期, 111-126+128页。
25. 李惠钰 · 全球首部《世界万物智联数字经济白皮书》发布 [N], 《中国科学报》 · 2024年第11期, 1页。
26. 李巍, 穆睿彤, 俄乌冲突下的西方对俄经济制裁 [J], 《现代国际关系》 · 2022年第4期, 1-9+25+60页。
27. 刘军梅 · 徐浩然 · 余宇轩 · 俄乌冲突背景下的俄罗斯数字经济 : 制裁冲击与战略调整 [J], 《俄罗斯研究》 · 2023年第5期, 23-46页。
28. 刘军梅 · 康贺怡 · 杨思奇 · 俄罗斯数字经济 : 国际比较、趋势研判及中俄竞合前景 [J], 《西伯利亚研究》 · 2022年第6期, 39-49页。
29. 戚文海, 关贺元 · 俄罗斯数字经济 : 发展现状、问题与趋势 [J], 《西伯利亚研究》 · 2022年第3期, 31-42页。
30. 杨远攀 · 新形势下数字人民币的机遇与挑战 [J], 《互联网周刊》 · 2023年第13期, 18-20页。

Гэн Хао, Бакалавр, Университет Нинся, Китай
(2100998780@qq.com)

Му Итао, Бакалавр, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
(15203478410@163.com).

References in Cyrillics

5. Antonenko, A.S. Ocenka parametrov QoS dlya besperebojnoj raboty` IPTV // T-Comm: Telekommunikacii i transport. – 2020. – T.14(10). – S. 33-38.
6. Zemczov, A.N., Chan, Z.X. Analiz effektivnosti algoritmov planirovaniya peredachi paketa v setyah LTE // Inzhenernyj vestnik Doma. – 2019. – № 4(55).
7. Zemczov, A.N. Algoritmy` raspoznavaniya licz i ix primenenie v sistemakh biometricheskogo
8. Optimizaciya transportnoj infrastruktury` gorodov / V. A. Kiselev, A. V. Shemyakin, S. D. Polishhuk [i dr.] // Transportnoe delo Rossii. – 2018. – № 5. – S. 138-140...

Ключевые слова:

цифровая экономика, цифровые санкции, российско-украинский конфликт,

Geng Hao, Mu Yitao, Analysis of Russia's digital economy in the context of the Russian-Ukrainian conflict

Keywords:

digital economy, digital sanctions, Russian-Ukrainian conflict

DOI: 10.34706/DE-2025-05-06

JEL classification: C54 Количественное моделирование экономической политики

Abstract

Comprehensive digital sanctions imposed by Western countries against Russia amid the Russia-Ukraine conflict have not only changed the landscape of technological geocompetition but also exposed the structural vulnerability of the Russian digital economy. Using digital sanctions as a starting point, this study systematically analyzes the path to pressure and the dilemma of transforming the Russian digital economy. At the same time, our research applies a new approach to analyzing how technical sanctions operate in the digital age, how Russia is pursuing digital transformation, and what prospects exist for cooperation between China and Russia in the digital age.

3. МНЕНИЯ

УДК: 338.1

3.1. Глобальное управление. Статья 1. К вопросу о формировании полицентричной системы глобального управления

Чесноков А. Н., Андрианов А. А.
Москва, Россия

Статья открывает цикл исследований, посвященных формированию системы глобального управления в условиях формирующегося полицентричного миропорядка. Авторы анализируют исторический контекст и системный кризис однополярной модели, демонстрируя закономерность возникновения запроса на полицентричность. Ключевой вопрос исследования — может ли полицентричный мир быть не только политическим конструктором, но и основой устойчивой и эффективной системы глобального управления. Особое внимание уделяется экстерриториальному цифровому пространству как ключевому фактору, обеспечивающему технологическую реализуемость полицентричной модели глобального управления: оно позволяет сочетать эффективную координацию с сохранением суверенитета и цивилизационного разнообразия. В последующих работах цикла планируется разработка терминологического аппарата, концептуальной модели управления и обозначение перспектив дальнейших исследований.

Введение

Отправной точкой для новой фазы дискуссий о глобальном управлении можно считать 25-й саммит Шанхайской организации сотрудничества (ШОС) 1 сентября 2025 года, где был официально провозглашен курс на формирование новой, более эффективной и справедливой системы глобального управления¹. Решение было поддержано всеми основными странами-участницами: Индией, Ираном, Казахстаном, Китаем, Киргизстаном, Россией, Таджикистаном, Пакистаном, Узбекистаном и Беларусью. Совокупный демографический и ресурсный потенциал этих государств делает данное решение голосом глобального большинства². На долю стран-членов ШОС приходится около 65% территории Евразийского континента, примерно 3,5 миллиарда человек. Таким образом, инициатива, выдвинутая на саммите в Тяньцзине, обладает не только политическим весом, но и представляет интересы значительной, если не большей, части человечества, что придает дополнительную легитимность курсу на построение полицентричной модели мироустройства.

Поддержанное в Тяньцзине решение является закономерным ответом на нарастающий кризис легитимности постбиполярной системы международных отношений. Исторически сложившаяся система, где глобальное доминирование США долгое время не оспаривались, базировалась на продвижении универсалистской модели, известной в общественном дискурсе как "Вашингтонский консенсус"³. Как точно отметил Президент России Владимир Владимирович Путин на 25-м саммите ШОС, системная проблема заключается в «упорном стремлении некоторых стран к диктату»⁴. Модель однополярности, при которой один центр силы монополизирует право определять правила игры, более не отражает реальное полицентричное распределение влияния и интересов в мировом сообществе, игнорируя фундаментальные принципы государственного суверенитета и права на уникальный путь развития, о чем неоднократно публично заявлял Президент России⁵.

Кризис однополярной системы международных отношений носит системный характер. Он вызван фундаментальным противоречием между декларируемыми целями системы и практикой их реализации.

1 Тяньцзинская декларация Совета глав государств-членов Шанхайской организации сотрудничества. Президент России. 2025. URL: <http://kremlin.ru/supplement/6376> (дата обращения: 14.12.2025).

2 На саммите ШОС все лидеры поддержали Инициативу глобального управления. РИА Новости. 2025. 1 сентября. URL: <https://ria.ru/20250901/shos-2038880368.html> (дата обращения: 14.12.2025).

3 Вашингтонский консенсус: пейзаж после битв / Ананьев О., Хайткулов Р., Шестаков Д. // Экономика, экономическая теория. 2010. №12. С. 15-27.

4 Заседание в формате «ШОС плюс». Президент России. 2025. URL: <http://www.kremlin.ru/events/president/transcripts/77895> (дата обращения: 14.12.2025).

5 Владимир Путин представил шесть принципов будущего мироустройства. Ведомости. 08 ноября 2024 г. URL: <https://www.vedomosti.ru/politics/articles/2024/11/08/1073703-putin-predstavil-shest-principov-buduscheogo-miroustroistva> (дата обращения: 14.12.2025)

Как отмечается в исследованиях, существующая система сталкивается с серьезными разрывами, среди которых особенно выделяются нормативный разрыв [29, 44] (расхождение между провозглашенными нормами и их избирательным применением) и разрыв участия [33] (ограниченность влияния многих государств на принятие решений). Это подтверждает тезис о том, что система более не адекватна сложившейся политico-экономической реальности.

Ответом на этот вызов становится институционализация альтернативных моделей координации, что демонстрирует растущая роль таких форматов, как ШОС+ и БРИКС+, которые в своих основополагающих документах [3-5, 18, 25.] декларируют приверженность «созданию более справедливого, равноправного, честного международного порядка» на основе «многосторонности». В 2025 году, в период председательства Бразилии, эти принципы были подтверждены в приоритетах «Партнерства БРИКС во имя социального, экономического и экологического благополучия» [24]. Притягательность форматов ШОС И БРИКС для десятков государств обусловлена приверженностью позитивной повестке, основанной на открытом, равноправном диалоге и подлинной многосторонности (multilateralism) [36], принцип которого, в частности, закреплен в «Шанхайском духе» Шанхайской организации сотрудничества, наравне с взаимным доверием, взаимной выгодой, равенством, уважению к многообразию культур и стремлению к совместному развитию [37]. Это свидетельствует о формировании критической массы акторов, готовых к практической реализации полицентричного подхода в международных отношениях и создании адекватных данному запросу институтов.

Системный кризис постбиполярного миропорядка

С позиции сторонников сложившейся институциональной модели глобального управления под руководством крупнейших наднациональных институтов (МВФ, Всемирный банк, ВОЗ и др.), процессы поликентризации закономерно воспринимаются как вызов эффективности и управляемости. Данный подход, восходящий к теории глобального регуляторного управления [31], исходит из того, что рост сложности и взаимозависимости глобальных вызовов требует централизованных и иерархических механизмов координации [23, 27]. С этой точки зрения, только наднациональные институты, обладающие достаточными мандатами и способные навязать единые стандарты, могут преодолеть «трагедию общностей» [14, 32] и обеспечить производство глобальных общественных благ. Такая система тяготеет к унификации национальных политических, социальных и экономических моделей развития как к наиболее «энергоэффективному» решению проблемы колективных действий. Однако на практике этот императив обрачивается нормативной гегемонией [2], при которой конкретный набор ценностей и институциональных решений выдаётся за универсальный, а любое отклонение от него трактуется как иррациональное «непослушание», подрывающее общие коллективные усилия.

Таким образом, ключевой исследовательский вопрос формулируется следующим образом: является ли жёсткая иерархия и унификация единственным возможным ответом на растущие вызовы современности, либо существует научно обоснованная, институционально и инфраструктурно оформленная альтернатива, способная обеспечить глобальное управление в полицентричном мире?

Концепция устойчивого развития как пример инструмента нормативной гегемонии в глобальном управлении

Для ответа на основной вопрос настоящей статьи обратим внимание на ретроспективный анализ ценностно-нормативного ядра сложившейся системы. Смысловым и институциональным каркасом современной модели глобального управления стала концепция «устойчивого развития», концептуализированная в докладе «Наше общее будущее» (1987 г.) [42] и институционализированная на Саммите Земли в Рио-де-Жанейро (1992 г.) [35]. Этот комплекс подходов и инициатив, синтезировавший экологические, социальные и экономические проблемы, была дополнена и институционализирована Глобальным договором ООН [28] который стал ключевым механизмом координации международных усилий по достижению 17-ти Целей устойчивого развития (Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development) [43].

С теоретической точки зрения, данная архитектура может быть интерпретирована как масштабный проект по созданию глобального публичного пространства, в рамках которого формируются универсальные нормы и правила. Система сетей Глобального Договора ООН, охватывающая на сегодняшний день более 160 стран, представляет собой, на наш взгляд, глобально-политический процесс формирования механизмов передачи властно-управленческих полномочий для решения общих проблем. Этот процесс, часто описываемый как «управление через сети» (governance by networks), предполагает добровольное включение разнообразных акторов (государств, корпораций, НКО) в орбиту единых стандартов и практик.

Проведенный анализ позволяет утверждать: парадигма «устойчивого развития» и институциональный аппарат Глобального Договора ООН, при всей видимой нейтральности, функционируют как высокоэффективный инструмент нормативной гегемонии [33]. Формально универсальные стандарты в области экологии, корпоративного управления и социальной политики де-факто служат проводником конкретной системы политico-экономических координат, укорененной в западной либеральной институциональной теории. Этот процесс закономерно порождает систему «двойных стандартов», где бремя соблюдения норм ложится в первую очередь на периферийные и полупериферийные акторы, в то время как страны

ядра сохраняют за собой право на селективное их применение или даже игнорирование. Таким образом, под прикрытием глобальной общественной повестки происходит не устранение, а воспроизведение и легитимация структурной асимметрии принятия решений акторами международных отношений.

Курс на защиту традиционных ценностей как ответ на угрозу потери суверенитета

Естественной реакцией на кризис универсалистской модели управления и навязываемую унификацию национальных стандартов для получения неконкурентных политических и экономических преференций стала актуализация защиты традиционных ценностей и государственного суверенитета, найдя свое институциональное закрепление на нормативно-правовом уровне Российской Федерации [17]. Для многих стран сформированная постбиполярная система международных отношений стала не просто политическим вызовом, а экзистенциальной угрозой, ставящей под вопрос сохранение их уникальной политической, религиозной и культурной идентичности.

Таким образом, действия и риторика, воспринимаемые странами Запада как дестабилизация сложившегося миропорядка, по своей сути являются не его отрицанием, а требованием деидеологизации международных отношений и возврата к подлинно равноправному диалогу, основанному на нормах международного права, отраженных в Уставе ООН. Последовательная позиция России, оспаривающая монополию узкой группы государств на одностороннее определение глобальных правил, стала одной из ключевых предпосылок текущей трансформации и объективно способствовала формированию запроса на создание полицентрической системы глобального управления, отражающей реальное многостороннее устройство современного мира. Это видение разделяется ключевыми партнерами по ШОС. Так, в Совместном заявлении МИД России и Китая от 1 января 2025 года стороны подтвердили, что «современные российско-китайские отношения представляют собой более продвинутую форму межгосударственного взаимодействия» [16]. Как отмечается в коммюнике: «В последние годы Китай и Россия совместно осуществляют формированию многополярного мира и демократизации международных отношений, решительно выступают против гегемонизма, политики силы, незаконных односторонних санкций и "юрисдикции длинной руки"» [16]. Официальный представитель МИД РФ неоднократно заявлял, что «у России, Индии и Китая это видение общее. Мы хотим видеть мир полицентрическим... основанным на международном праве» [11].

Движение в защиту традиционных ценностей, активно поддержанное странами Глобального Юга, представляет собой закономерный и системный ответ на кризис однополярной модели мироустройства. Это — конкретное политическое требование перехода от иерархической системы глобального управления, унаследованной от эпохи Вашингтонского консенсуса, к полицентрической сетевой модели, основанной на принципах диалога, равноуважительного взаимодействия и признания суверенитета различных цивилизационных центров силы.

Фундаментальное противоречие современного миропорядка

Анализ системы глобального управления выявляет фундаментальное противоречие, ставшее системообразующим фактором современного миропорядка и препятствующей переходу к полицентрической модели международных отношений [21]. С одной стороны, объективная потребность в координации для решения транснациональных вызовов (экологических, экономических, эпидемиологических) требует выработки универсальных подходов [13]. С другой стороны, такая же объективная потребность унификации и введении стандартов с целью обеспечения глобальной управляемости и сокращения транзакционных издержек взаимодействия. Интересно, что западные институты, стремясь повысить свою эффективность, были вынуждены запустить механизмы, которые в конечном счете вступили в конфликт с базовыми принципами национального суверенитета и цивилизационного разнообразия стран [20].

Описываемое противоречие усиливается в нескольких ключевых аспектах:

1. **разрыв между декларируемым универсализмом и реальной избирательностью применения норм.** Концепции "устойчивого развития" и "прав человека", формально представляющие общие ценности, на практике часто используются как инструмент нормативно-ценостной экспансии в интересах ограниченной группы государств. Как отмечал Р. Фалк, утверждение прав человека фильтруется через призму geopolitики, что неизбежно порождает двойные стандарты и подрывает легитимность самих норм [26];
2. **разрыв между стремлениями к полицентричности и потребностью в унификации для сокращения транзакционных издержек взаимодействия.** В то время как мировое развитие демонстрирует формирование множества центров экономического, политического и культурного влияния, институциональные механизмы глобального управления продолжают воспроизводить иерархическую модель управления. Этот дисбаланс между растущим многообразием центров силы и устаревшей институциональной архитектурой стимулирует создание новых многосторонних форматов международного сотрудничества [22];
3. **разрыв между необходимостью коллективной выработки решений и сохраняющейся практикой односторонних действий.** Такие вызовы, как изменение климата или пандемии, требуют согласованных действий всего международного сообщества, однако механизмы принятия решений остаются сосредоточенными в рамках ограниченного круга институтов. Это проявляется в последовательной политике односторонних шагов в области международной

стабильности. Яркий пример односторонности действий, влияющий на глобальную безопасность - выход США из Договора по ПРО (2002), Договора о ликвидации ракет средней и меньшей дальности (ДРСМД, 2019) и Договора по открытому небу (2020) [39]. Эти решения были приняты вопреки призывам международного сообщества к коллективному диалогу и подрывали базовые соглашения, обеспечивающие взаимное доверие и прозрачность, что напрямую иллюстрирует противоречие между необходимостью коллективной безопасности и практикой односторонних действий.

Разрешение фундаментального противоречия между необходимостью глобальной координации и требованием сохранения суверенитета на протяжении всей истории представлялось затруднительным. Исторический анализ подтверждает, что полицентрические системы демонстрировали ограниченную жизнеспособность в относительно короткий срок жизни. Ярким примером служит полисная система Древней Греции, которая, несмотря на свои достижения, неизменно трансформировалась в иерархические имперские модели, будь то Афинская архэ [19] или македонская гегемония [34]. Показанная исследователями историческая закономерность подтверждает тезис о том, что в условиях растущей сложности задач управления полицентрические системы естественным образом стремятся к унификации и централизации как к наиболее простому с точки зрения транзакционных издержек, о чем в свою очередь также свидетельствует экономист Рональд Коуз [12].

Однако современный этап развития международных отношений характеризуется появлением принципиально нового фактора, меняющего устоявшуюся историческую логику - **открытие экстерриториального цифрового пространства** [9, 10].

Экстерриториальное цифровое мета-пространство как технологическая основа для полицентрической модели глобального управления

Анализ современных технологических тенденций позволяет утверждать, что экстерриториальная цифровая среда представляет собой принципиально новый вызов сложившейся системе международных отношений. При разумном и целенаправленном освоении эта среда способна обеспечить:

- создание распределенных систем координации, функционирующих без единого центра принятия решений, но сохраняющих эффективность управления через алгоритмы и протоколы взаимодействия, а также сквозные технологии. Такой подход позволяет преодолеть традиционную дилемму между необходимостью минимизации транзакционных издержек и требованием сохранения странового суверенитета;
- формирование открытых международных стандартов в области торговли, промышленности и финансов, разрабатываемых коллективно и добровольно принимаемых участниками. Это исключает возможность использования стандартов в качестве инструмента для получения несправедливых политических и экономических преференций, что характерно для текущей системы, где стандарты часто становятся средством скрытого протекционизма;
- обеспечение прозрачности и доверия через формирование условий для субъективизации акторов в экстерриториальном пространстве, позволяя участникам владеть и управлять генерируемым цифровым следом, который становится основным активом в информационном веке, трансформируя саму природу экономических и политических отношений;
- поддержку разнообразия политических и экономических моделей благодаря открытym международным стандартам, которые задают общие рамки взаимодействия, но не требуют унификации внутренних политических и экономических систем.

При этом, необходимо осознавать, что экстерриториальная цифровая среда обладает двойственной природой. При сохранении текущих подходов к ее освоению, страны, претендующие на универсалистский подход к глобальному управлению, могут использовать свой технологический отрыв в информационных технологиях и окончательно закрепить однополярную неоколониальную модель миропорядка. Речь идет о том, что страна, сумевшая преодолеть технологический барьер и предоставить открытые международные стандарты глобального взаимодействия в экстерриториальном цифровом пространстве получит безусловные преимущества, закрепив свой лидирующий статус в geopolитическом пространстве. Технологии тотального контроля, цифровой слежки и алгоритмического манипулирования создают беспрецедентные возможности для установления глобальной гегемонии, при которой формальный суверенитет государств может и сохраниться, но реальные рычаги управления будут сконцентрированы в одном центре принятия решений.

Выводы

Проведенное исследование позволяет дать научно обоснованный отрицательный ответ на вопрос о том, является ли жесткая иерархия и унификация единственной возможной моделью глобального управления. Историческая неизбежность иерархических систем может быть преодолена благодаря появлению экстерриториального цифрового пространства, создающего принципиально новые возможности для управления возрастающей сложностью задач управления.

Научно обоснованная альтернатива включает:

- определение целевой функции управления в виде ценностного целеполагания, основанного на традиционных ценностях и гармоничном развитии, уважении культурного, религиозного и политического разнообразия. Эта функция становится смысловым ядром новой системы глобального управления полицентричным миром, противопоставляющим себя постбиполярной системе международных отношений;
- создание инфраструктуры единого цифрового пространства социально-экономического взаимодействия [8, 7, 15], основанной на открытых международных стандартах и способной реализовать установки полицентричного мира на уровне конкретных схемотехнических решений, обеспечивая техническую возможность координации без жесткой централизации, создавая материальную основу для устойчивого полицентризма.

Таким образом, человечество впервые обладает технологической возможностью преодолеть многовековую дилемму между эффективностью системы управления и сохранением разнообразия ее объектов. Цифровая среда становится тем материальным базисом, который делает полицентричную модель глобального управления не только желательной, но и практически реализуемой.

Ключевым следствием освоения экстерриториального цифрового мета-пространства является создание предпосылок для применения строгих математических методов теории управления. Формализация взаимодействий, стандартизация данных и алгоритмизация процессов координации обуславливают беспрецедентную точность, применимость и однозначность принимаемых управлеченческих решений, открывая путь к более справедливому миропорядку, основанному на гармоничном сочетании единства и разнообразия.

Цитируемые источники

1. Ананын О., Хайтулов Р., Шестаков Д. Вашингтонский консенсус: пейзаж после битв // Экономика, экономическая теория. 2010. №12. С. 15-27.
2. Андрианов А. А., Гурдус А. О., Китов В. А., Чесноков А. Н. Платформа гармоничного развития – альтернатива программы устойчивого развития. Цифровая экономика. №2(32), 2025. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/platforma-garmonichnogo-razvitiya-alternative-programmy-ustoychivogo-razvitiya> (дата обращения: 14.12.2025).
3. БРИКС. Казанская декларация XVI саммита БРИКС. 23 октября 2024 г. URL: <https://brics2024.mid.ru/ru/declaration/> (дата обращения: 14.12.2025).
4. БРИКС. Московская декларация XII саммита БРИКС. 17 ноября 2020 г. URL: <https://brics2020.ru/declaration> (дата обращения: 14.12.2025).
5. БРИКС. Пекинская декларация XIV саммита БРИКС. 23–24 июня 2022 г. URL: <https://brics2022.mfa.gov.cn/ru/declaration/> (дата обращения: 14.12.2025).
6. Владимир Путин представил шесть принципов будущего мируустройства. Ведомости. 08 ноября 2024 г. URL: <https://www.vedomosti.ru/politics/articles/2024/11/08/1073703-putin-predstavil-shest-principov-buduscheego-mirooustroistva> (дата обращения: 14.12.2025).
7. Гурдус А. О. Экосреда интернета объектов как инструмент создания единого цифрового пространства экономического взаимодействия. Цифровая экономика. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/ekosreda-interneta-ob-ektov-kak-instrument-sozdaniya-edinogo-tsifrovogo-prostranstva-ekonomicheskogo-vzaimodejstviya> (дата обращения: 14.12.2025).
8. Гурдус А. О., Китов В. А., Пастухов А. В., Чесноков А. Н. Некоторые аспекты геополитики в киберпространстве. Цифровая экономика. №4(25). 2023. URL: <http://digital-economy.ru/stati/nekotorye-aspekty-geopolitiki-v-kiberprostreste> (дата обращения: 14.12.2025).
9. Гурдус А. О., Китов В. А., Пастухов А. В., Чесноков А. Н. Цифровое метапространство полицентричного мира. Цифровая экономика. №28. 2024. URL: <http://digital-economy.ru/stati/цифровое-метапространство-полицентричного-мира> (дата обращения: 14.12.2025).
10. Гурдус А. О., Китов В. А., Чесноков А. Н., Пастухов А. Н. Торгово-промышленно-финансовый интернет (ТПФИ) — единое цифровое пространство экономического взаимодействия. Предыстория и перспективы. Цифровая экономика. №2(18). 2022. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/torgovo-promyshlennost-finansovyy-internet-tppfi> — единое цифровое пространство экономического взаимодействия-предыстория-и-перспективы (дата обращения: 14.12.2025).
11. Заявление Министра иностранных дел России С.В.Лаврова в ходе пресс-конференции по итогам встречи министров иностранных дел России, Индии и Китая (РИК), Нью-Дели, 11 декабря 2017 года. МИД РФ. 2017. URL: <https://www.mid.ru/ru/maps/cn/1558724/> (дата обращения: 14.12.2025).
12. Коуз Р. Фирма, рынок и право. М.: Новое издательство. 2007. С. 224.
13. Многополярный мир: факторы трансформации. Вызовы и возможности. Аналитический доклад. ОДКБ. 2024. URL: https://odkb-csto.org/analytics/?ELEMENT_ID=23073#loaded (дата обращения: 14.12.2025).
14. Остром Э. Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности; пер. с англ. — М.: ИРИСЭН, Мыслъ. 2010.
15. Светлов. Политико-экономический замысел создания Торгово-промышленно-финансового интернета (ТПФИ). Цифровая экономика. №4(12). 2020. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/politiko->

- ekonomiceskij-zamysel-sozdaniya-torgovo-promyshlenno-finansovogo-interneta-tpfi (дата обращения: 14.12.2025).
16. Специальный репортаж: Китайско-российские отношения -- важная сила в поддержании мировой стратегической стабильности. СИНЬХУА Новости. 2025. URL: <https://russian.news.cn/20250102/b5cf4eabf5f44bebbf2ddb6ad910250d/c.html> (дата обращения: 14.12.2025).
17. Указ от 09.11.2022 № 809 «Об утверждении Основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей». Российская газета. URL: <https://rg.ru/2022/11/09/ukaz809-dok.html> (дата обращения: 14.12.2025).
18. Фортолезская декларация. Президент России. 15 июля 2014 г. URL: <http://static.kremlin.ru/media/events/files/41d4f1dd6741763252a8.pdf> (дата обращения: 14.12.2025).
19. Фролов, Э. Д. Греция в эпоху поздней классики (Общество. Личность. Власть). Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского университета. 2001.
20. Харитонова Н.И. Природа современных конфликтов и перспективы адаптации систем колективной безопасности. Аналитический доклад. Союзники ОДКБ. Информационно-аналитическое издание. 2025. URL: <https://odkb-soyuz.org/analitics/624> (дата обращения: 14.12.2025).
21. Яковенко А.В. Картина нарождающегося мира: Глобальный Юг. Российский совет по международным делам (РСМД). 2024. URL: <https://russiancouncil.ru/Analytics-and-Comments/Comments/kartina-narozhdayushchegosya-mira-globalnyy-yug/> (дата обращения: 14.12.2025).
22. Azami Dawood. Multipolarity, Global Governance and the Emergence of a New International Order. ECPR Joint Sessions Salamanca, 10 - 15 April. 2014. URL: <https://ecpr.eu/Events/Event/PaperDetails/16463> (дата обращения: 14.12.2025).
23. Bagley N., Revesz Richard L. Centralized oversight of the regulatory state. Columbia law review. Vol. №106:1260. 2006. URL: https://www.thecre.com/pdf/20070730_Bagley-Revesz.pdf (дата обращения: 14.12.2025).
24. BRICS Brasil 2025. (2025). Brazilian Presidency Priorities. Official BRICS 2025 Website. URL: <https://brics.br/en/about-the-brics/brazilian-presidency> (дата обращения: 14.12.2025).
25. BRICS Leaders Xiamen Declaration. September 4. 2017. Xiamen. China. URL <http://www.brics.utoronto.ca/docs/170904-xiamen.html> (дата обращения: 14.12.2025).
26. Falk R. Humane Governance for the World: Reviving the Quest. The International Journal of Human Rights. 2000. Vol. 4. No. 3–4. URL: <https://www.jstor.org/stable/4177345> (дата обращения: 14.12.2025).
27. Fioretos O., Tallberg J. Politics and theory of global governance. International Theory. Vol. №13 , Issue 1 , March 2021. URL: <https://www.cambridge.org/core/journals/international-theory/article/politics-and-theory-of-global-governance/F0F84DAB9F9A441915507F4B4A3BF514> (дата обращения: 14.12.2025).
28. Global Compact. United Nations. Website. URL: <https://unglobalcompact.org/> (дата обращения: 14.12.2025).
29. Held D., McGrew A. (Eds.) Governing Globalization: Power, Authority and Global Justice. Cambridge: Polity Press. 2002. 400 p.
30. Ikenberry G. J. Liberal Leviathan: The Origins, Crisis, and Transformation of the American World Order. Princeton: Princeton University Press. 2011.
31. Jayasuriya K. Globalization, Law Globalization, Law, and the T , and the Transformation of Sovereignty: The Emergence of Global Regulatory Governance. Indiana Journal of Global Legal Studies. Vol. №6 (2). 1999. URL: <https://www.repository.law.indiana.edu/> (дата обращения: 14.12.2025).
32. Keohane R. O. After Hegemony: Cooperation and Discord in the World Political Economy. Princeton: Princeton University Press, 1984.
33. Krasner S. D. Sovereignty: Organized Hypocrisy. Princeton: Princeton University Press, 1999.
34. Macedonian Expansion under Philip II. World History Encyclopedia. URL: https://www.worldhistory.org/Philip_II_of_Macedon/ (дата обращения: 14.12.2025).
35. Rio Declaration on Environment and Development. Report of the United Nations Conference on Environment and Development. United Nations. Rio de Janeiro, 3–14 June 1992. A/CONF.151/26 (Vol. I).
36. Ruggie J. G. Multilateralism Matters: The Theory and Praxis of an Institutional Form // Foreign Affairs. 1993. Vol. 72:152. No. 4.
37. The Shanghai Spirit and New Global Order: Constructive Deconstruction of Changing Geopolitical Power of SCO. Extraordinary and plenipotentiary diplomatist. 2025. URL: <https://diplomatist.com/2025/09/20/the-shanghai-spirit-and-new-global-order-constructive-deconstruction-of-changing-geopolitical-power-of-sco/> (дата обращения: 14.12.2025).
38. U.S. Department of State. Announcement of U.S. Withdrawal from the ABM Treaty. June 13, 2002. URL: <https://2001-2009.state.gov/t/ac/rts/fs/2002/10902.htm> (дата обращения: 14.12.2025).
39. U.S. Department of State. The United States to Withdraw from the Open Skies Treaty. July 6, 2020. URL: <https://2017-2021.state.gov/united-states-withdrawal-from-the-treaty-on-open-skies/> (дата обращения: 14.12.2025).

40. U.S. Withdrawal From the ABM Treaty: President Bush's Remarks and U.S. Diplomatic Notes. December 13, 2002. URL: <https://www.armscontrol.org/act/2002-01/us-withdrawal-abm-treaty-president-bushs-remarks-and-us-diplomatic-notes> (дата обращения: 14.12.2025).

41. U.S. Withdraws From Intermediate-Range Nuclear Forces Treaty. U.S. Department of War. August 2, 2019. URL: <https://www.war.gov/News/News-Stories/Article/Article/1924779/us-withdraws-from-intermediate-range-nuclear-forces-treaty/> (дата обращения: 14.12.2025).

42. United Nations. Report of the World Commission on Environment and Development: Our Common Future. 1987. (<https://sustainabledevelopment.un.org/content/documents/5987our-common-future.pdf>)

43. United Nations. Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development. A/RES/70/1. 2015. URL: <https://www.securitycouncilreport.org/un-documents/document/a-res-70-1.php> (дата обращения: 14.12.2025).

44. Weiss T. G., Wilkinson R. (Eds.) International Organization and Global Governance. London: Routledge, 2014. 464 p.;

Чесноков А. Н., Андрианов А. А.

Москва, Россия

References in Cyrillics

1. Anan'in O., Haitkulov R., Shestakov D. Vashingtonskij konsensus: pejzazh posle bitv // Jekono-mika, jekonomiche-skaja teorija. 2010. №12. C. 15-27.
2. Andrianov A. A., Gurdus A. O., Kitov V. A., Chesnokov A. N. Platforma garmonichnogo razvitiya – al'ternativa programmy ustojchivogo razvitiya. Cifrovaja jekonomika. №2(32), 2025. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/platforma-garmonichnogo-razvitiya-alternativa-programmy-ustojchivogo-razvitiya> (data obrashhenija: 14.12.2025).
3. BRIKS. Kazanskaja deklaracija XVI sammita BRIKS. 23 oktjabrja 2024 g. URL: <https://brics2024.mid.ru/ru/declaration/> (data obrashhenija: 14.12.2025).
4. BRIKS. Moskovskaja deklaracija XII sammita BRIKS. 17 nojabrja 2020 g. URL: <https://brics2020.ru/declaration> (data obrashhenija: 14.12.2025).
5. BRIKS. Pekinskaja deklaracija XIV sammita BRIKS. 23–24 iyunja 2022 g. URL: <https://brics2022.mfa.gov.cn/ru/declaration/> (data obrashhenija: 14.12.2025).
6. Vladimir Putin predstavil shest' principov budushhego miroustroistva. Vedomosti. 08 nojabrja 2024 g. URL: <https://www.vedomosti.ru/politics/articles/2024/11/08/1073703-putin-predstavil-shest-principov-buduscheego-miroustroistva> (data obrashhenija: 14.12.2025).
7. Gurdus A. O. Jekosreda interneta ob#ektov kak instrument sozdaniya edinogo cifrovogo pro-stranstva jekonomiceskogo vzaimodejstviya. Cifrovaja jekonomika. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/ekosreda-interneta-ob-ektov-kak-instrument-sozdaniya-edinogo-tsifrovogo-prostranstva-ekonomiceskogo-vzaimodejstviya> (data obrashhenija: 14.12.2025).
8. Gurdus A. O., Kitov V. A., Pastuhov A. V., Chesnokov A. N. Nekotorye aspekty geopolitiki v ki-ber-prostranstve. Cifrovaja jekonomika. №4(25). 2023. URL: <http://digital-economy.ru/stati/nekotorye-aspekty-geopolitiki-v-kiberprostranstve> (data obrashhenija: 14.12.2025).
9. Gurdus A. O., Kitov V. A., Pastuhov A. V., Chesnokov A. N. Cifrovoe metaprostranstvo poli-centrichnogo mira. Cifrovaja jekonomika. №28. 2024. URL: <http://digital-economy.ru/stati/cifrovoe-metaprostranstvo-policentrichnogo-mira> (data obrashhenija: 14.12.2025).
10. Gurdus A. O., Kitov V. A., Chesnokov A. N., Pastuhov A. N. Torgovo-promyshlenno-finansovyj internet (TPFI) — edinoe cifrovoe prostranstvo jekonomiceskogo vzaimodejstviya. Predistorija i perspektivy. Cifrovaja jekonomika. №2(18). 2022. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/torgovo-promyshlenno-finansovyj-internet-tpfi—edinoe-cifrovoe-prostranstvo-jekonomiceskogo-vzaimodejstviya-predistorija-i-perspektivy> (data obrashhenija: 14.12.2025).
11. Zajavlenie Ministra inostrannyh del Rossii S.V.Lavrova v hode press-konferencii po ito-gam vstrechi ministrov inostrannyh del Rossii, Indii i Kitaja (RIK), N'ju-Deli, 11 dekabrya 2017 go-da. MID RF. 2017. URL: <https://www.mid.ru/ru/maps/cn/1558724/> (data obrashhenija: 14.12.2025).
12. Kouz R. Firma, rynok i pravo. M.: Novoe izdatel'stvo. 2007. S. 224.
13. Mnogopoljarnyj mir: faktory transformacii. Vyzovy i vozmozhnosti. Analiticheskij doklad. ODKB. 2024. URL: https://odkb-csto.org/analytics/?ELEMENT_ID=23073#loaded (data obrashhenija: 14.12.2025).
14. Ostrom Je. Upravlja obshhim: jevoljucija institutov kollektivnoj dejatel'nosti; per. s angl. — M.: IRIS-JeN, Mysl'. 2010.
15. Svetlov. Politiko-jekonomiceskij zamysel sozdaniya Torgovo-promyshlenno-finansovogo in-terneta (TPFI). Cifrovaja jekonomika. №4(12). 2020. URL: <http://digital-economy.ru/mneniya/politiko-ekonomiceskij-zamysel-sozdaniya-torgovo-promyshlenno-finansovogo-interneta-tpfi> (data obrashhenija: 14.12.2025).
16. Special'nyj reportazh: Kitajsko-rossijskie otnoshenija -- vazhnaja sila v podderzhanii miro-voj strate-gicheskoy stabil'nosti. SIN'HUA Novosti. 2025. URL: <https://russian.news.cn/20250102/b5cf4eabf5f44bebfb2ddb6ad910250d/c.html> (data obrashhenija: 14.12.2025).

17. Uказ от 09.11.2022 № 809 «Об утверждении Основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей». Российская газета. URL: <https://rg.ru/2022/11/09/ukaz809-dok.html> (дата обращения: 14.12.2025).
18. Фортолезская декларация. Президент России. 15 июля 2014 г. URL: <http://static.kremlin.ru/media/events/files/41d4f1dd6741763252a8.pdf> (дата обращения: 14.12.2025).
19. Фролов, Я. Д. Греция в эпоху поздней классики (Общество. Лицность. Власть). Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского университета. 2001.
20. Харитонова Н.И. Природа современных конфликтов и перспективы адаптации систем коллективной безопасности. Аналитический доклад. Союзники ОДКБ. Информационно-аналитическое издание. 2025. URL: <https://odkb-soyuz.org/analitics/624> (дата обращения: 14.12.2025).
21. Жаковенко А.В. Картина народоцентрической гегемонии мира: Глобальный Юг. Российский совет по международным делам (RSMD). 2024. URL: <https://russiancouncil.ru/analytics-and-comments/comments/kartina-narodochegosya-mira-globalnyy-yug/> (дата обращения: 14.12.2025).

Ключевые слова:

глобальное управление, полицентричность, однополярность, ШОС, БРИКС, экстерриториальное цифровое пространство, ТПФИ, Глобальный договор ООН, устойчивое развитие, традиционные ценности, суверенитет, многосторонность, цифровая координация, институциональный кризис, международный порядок.

Andrey Chesnokov, Alexander Andrianoa, Global governance. Article 1. Towards the formation of a polycentric global governance system.

Keywords:

global governance, polycentricity, unipolarity, SCO, BRICS, extraterritorial digital space, TPFI, UN Global Compact, sustainable development, traditional values, sovereignty, multilateralism, digital coordination, institutional crisis, international order.

DOI: 10.34706/DE-2025-05-07

JEL classification: E31.

Abstract

The article opens a series of studies devoted to the formation of a global governance system in the emerging polycentric world order. The authors analyze the historical context and the systemic crisis of the unipolar model, demonstrating the legality of the emergence of a request for polycentricity. The key issue of the study is whether a polycentric world can be not only a political construct, but also the basis of a stable and effective global governance system. Special attention is paid to the extraterrestrial digital space as a key factor ensuring the technological feasibility of a polycentric global governance model: It allows for effective coordination with the preservation of sovereignty and civilizational diversity. In the subsequent works of the cycle, it is planned to develop a terminological apparatus, a conceptual management model and identify prospects for further research.

УДК: УДК 005.7

3.2. Идеология и целеполагание

Исследование взаимосвязи формирования государственной идеологии и стратегического целеполагания в современной России

Отырба А.А., Москва, Россия

В статье рассматривается проблема формирования целостной государственной идеологии в современной России в условиях глобальных геополитических трансформаций и идеологического кризиса. Актуальность исследования обусловлена необходимостью создания эффективной идеологической системы, способной обеспечить консолидацию общества и устойчивое развитие государства на долгосрочную перспективу.

Объектом исследования выступает процесс формирования государственной идеологии, а предметом — комплекс факторов и условий, влияющих на её становление в современных геополитических реалиях.

В работе использованы методы: системного анализа политических процессов, методологии стратегического планирования, политико-географического исследования, теории идеологического проектирования и политического моделирования.

Основные результаты исследования демонстрируют, что формирование государственной идеологии сталкивается с комплексом фундаментальных проблем: нарушением исторической преемственности после распада СССР, конституционными ограничениями, отсутствием консенсуса между элитами, отсутствием чётко сформулированной долгосрочной стратегической цели.

Выявлено, что успешное формирование государственной идеологии возможно только при наличии: чётко определённой долгосрочной стратегической цели, понимания будущего мироустройства, баланса между традиционными ценностями и новыми геополитическими реалиями.

Научная новизна исследования заключается в разработке концептуальной модели формирования государственной идеологии на основе стратегических целей развития государства с учётом современных вызовов и угроз. Предложена инновационная методология идеологического проектирования, основанная на принципе целеполагания.

Практическая значимость работы определяется возможностью использования её результатов для: разработки эффективной государственной идеологии, обеспечения консолидации общества, создания механизмов реализации стратегических целей, формирования единого идеологического пространства, обеспечения устойчивого развития страны.

Исследование направлено на решение актуальных задач в сфере идеологического проектирования, что может способствовать укреплению государственного управления в современных геополитических условиях.

Содержание

1. Введение
 - 1.1. Актуальность исследования
 - 1.2. Проблема исследования
 - 1.3. Цель и задачи исследования
 - 1.4. Методологическая база
 - 1.5. Научная новизна
 - 1.6. Теоретическая и практическая значимость
2. Теоретические основы исследования
 - 2.1. Понятие и сущность государственной идеологии
 - 2.2. Роль долгосрочной стратегической цели в формировании идеологии
 - 2.3. Взаимосвязь идеологии и стратегического планирования
3. Анализ современного состояния идеологического проектирования в России
 - 3.1. Причины отсутствия целостной государственной идеологии
 - 3.2. Факторы, препятствующие формированию ДСЦ
 - 3.3. Последствия отсутствия стратегической цели
4. Механизм формирования государственной идеологии
 - 4.1. Определение и формулировка ДСЦ
 - 4.2. Разработка программы достижения ДСЦ

4.3. Создание идеологической основы

5. Практические рекомендации по формированию государственной идеологии

5.1. Этапы разработки ДСЦ

5.2. Принципы построения программы достижения цели

5.3. Методология формирования идеологического обоснования

6. Заключение

1. Введение

1.1. Актуальность исследования

В условиях глобальных геополитических трансформаций и усиления геополитической конкуренции проблема формирования целостной государственной идеологии приобретает особую значимость для обеспечения национальной безопасности и устойчивого развития России. Обусловлено это тем, что без идеологической системы, способной консолидировать общество вокруг долгосрочной стратегической цели (ДСЦ) и задач по ее достижению, государство не может эффективно функционировать в условиях системных внешних угроз и внутренней дезинтеграции.

ДСЦ представляет собой фундаментальный ориентир развития государства, определяющий вектор его движения на длительную перспективу и обеспечивающий консолидацию общества вокруг ключевых задач развития. Она выступает системообразующим элементом государственного управления, задающим критерии эффективности всех принимаемых решений и определяющим приоритеты распределения ресурсов.

Отсутствие чётко сформулированной ДСЦ создаёт серьёзные риски в деле обеспечения развития государства, поскольку без неё невозможно:

- сформировать его единую программу развития;
- разработать конкретный план решения стратегических задач;
- создать эффективную систему управления;
- обеспечить согласованность действий всех уровней власти;
- разработать обоснованную государственную идеологию;
- определить критерии оценки эффективности принимаемых решений;
- обеспечить эффективное распределение ресурсов.

Особую остроту проблеме придаёт тот факт, что отсутствие чётко сформулированной ДСЦ дестабилизирует всю систему государственного управления и затрудняет формирование целостной государственной идеологии, что критически важно для обеспечения национальной безопасности и развития государства.

1.2. Проблема исследования

Центральным противоречием выступает несоответствие между объективной необходимостью идеологического проектирования и отсутствием методологической базы, основанной на определении стратегической цели развития государства. Существующие подходы к формированию идеологии не учитывают первостепенность определения ДСЦ как фундамента идеологического строительства. Её не к чему привязать и не от чего отталкиваться при её формировании.

1.3. Цель и задачи исследования

Цель исследования заключается в разработке теоретико-методологических основ формирования государственной идеологии на базе чётко определённой долгосрочной стратегической цели.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- исследовать теоретические основы взаимосвязи ДСЦ и государственной идеологии;
- выявить причины отсутствия чётко сформулированной ДСЦ в современной России;
- разработать механизм формирования идеологии на основе стратегической цели;
- сформировать практические рекомендации по созданию эффективной идеологической системы.;

1.4. Методологическая база исследования

В исследовании применяются следующие методы научного познания:

- системный анализ политических процессов, позволяющий рассматривать формирование государственной идеологии как комплексную систему взаимосвязанных элементов;
- методология стратегического планирования, обеспечивающая разработку механизмов целеполагания и реализации долгосрочных задач;
- теория идеологического проектирования, дающая инструментарий для создания и внедрения идеологических концепций;
- методы политического моделирования, способствующие прогнозированию развития идеологических процессов и их влияния на государственное управление.

Дополнительно в работе используются:

- структурный анализ компонентов государственной идеологии;

- контент-анализ нормативных документов;
- логический метод для построения теоретических обобщений;
- дедуктивный метод при формулировке выводов.

1.5. Научная новизна

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- разработана концептуальная модель формирования государственной идеологии;
- ДСЦ определена как фундамент идеологического строительства;
- сформулированы новые подходы к методологии идеологического проектирования;
- выявлена взаимосвязь между идеологией и стратегическим планированием.

1.6. Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость состоит в развитии методологии идеологического проектирования, формировании новых подходов к стратегическому целеполаганию и расширении теоретических представлений о взаимосвязи идеологии и государственного управления.

Практическая значимость определяется возможностью использования результатов исследования для формулирования долгосрочной стратегической цели, разработки программы её достижения, создания эффективной идеологической системы и обеспечения консолидации общества вокруг стратегических задач развития государства.

2. Теоретические основы исследования

2.1. Понятие и сущность государственной идеологии

Государственная идеология — это система идей и ценностей, обосновывающая правильность ДСЦ доминирующей социальной группы и предлагающая пути её достижения, формируя тем самым колективную идентичность и мотивацию к действию. Она обладает пятью ключевыми характеристиками: целостностью мировоззренческих установок, нормативно-ценостной основой общественного развития, функцией легитимации государственной власти, способностью консолидировать общество и ролью механизма стратегического целеполагания и мотивации. Соответственно, её основные функции — интегративная, мобилизационная, легитимационная, когнитивная и аксиологическая. Структурно идеология состоит из ценностно-нормативного, мировоззренческого, программно-политического и коммуникативного компонентов.

2.2. Роль ДСЦ в формировании идеологии

Долгосрочная стратегическая цель (ДСЦ) выступает фундаментом идеологического строительства, определяя вектор развития государства, критерии эффективности политики, механизмы консолидации, приоритеты распределения ресурсов и содержание базовых идеологических установок. Взаимосвязь ДСЦ и идеологии носит взаимозависимый характер: ДСЦ формирует содержательное ядро идеологии, а идеология обеспечивает её легитимацию; стратегические документы конкретизируют идеологические положения, а идеологические принципы задают рамки стратегического планирования. Отсутствие чётко сформулированной ДСЦ ведёт к фрагментарности идеологического дискурса, потере стратегических ориентиров, разрыву между декларируемыми целями и реальной политикой, а также снижению эффективности государственного управления.

2.3. Взаимосвязь идеологии и стратегического планирования

Формирование идеологии на основе ДСЦ включает определение и легитимацию цели, разработку комплексной программы её достижения, выработку идеологического обоснования и трансляцию в общественное сознание. Практическое значение этой связи проявляется в создании единой системы координат национального развития, обеспечении согласованности политических решений, формировании механизмов реализации стратегических целей и достижении общественного консенсуса. Следовательно, в современных условиях успешное идеологическое строительство возможно лишь при наличии чётко сформулированной ДСЦ, выступающей системообразующим элементом всей идеологической конструкции.

3. Анализ современного состояния идеологического проектирования в России

3.1. Причины отсутствия целостной государственной идеологии

Отсутствие единой государственной идеологии обусловлено комплексом историко-политических, институциональных и социально-культурных факторов.

- **Историко-политические причины:** разрыв преемственности после 1991 года, ценностный раскол общества и отсутствие объединяющей стратегической цели, а также несогласованность действий ветвей власти.
- **Институциональные препятствия:** конституционный запрет на государственную идеологию, отсутствие методологической базы для её формирования и расхождение между декларируемой политикой и практикой.
- **Социально-культурные факторы:** постсоветский кризис идентичности, дезинтеграция общественного сознания и неспособность сформулировать общее видение будущего.

3.2. Факторы, препятствующие формированию ДСЦ

Формированию долгосрочной стратегической цели (ДСЦ) препятствуют внутренние и внешние ограничения.

- **Внутренние барьеры:** отсутствие консенсуса среди элит относительно национальных интересов, а также неразработанность механизмов согласования стратегических приоритетов.
- **Внешние вызовы:** geopolитическое давление недружественных государств, информационное воздействие на общество, финансовая и технологическая зависимость от внешних центров влияния.

3.3. Последствия отсутствия стратегической цели

Отсутствие чётко сформулированной ДСЦ порождает системные дисфункции во всех сферах государственной жизни. Политически это выражается в нестабильности курса, несогласованности действий органов власти, отсутствии ориентиров для стратегических решений и снижении управленческой эффективности. Социально — в размывании традиционных ценностей, дезинтеграции общества, падении доверия к власти и утрате общественной мотивации к долгосрочному развитию. Экономически — в неэффективном использовании ресурсов, отсутствии устойчивых долгосрочных программ, утечке квалифицированных кадров и снижении конкурентоспособности национальной экономики.

На международном уровне это ведёт к ослаблению влияния России, утрате позиций в ключевых регионах, сужению внешнеполитического потенциала и затруднениям в выстраивании стратегического партнёрства. Дополнительные риски включают повышенную уязвимость перед внешними вызовами, снижение способности к прогнозированию, ослабление мобилизационного потенциала общества и деградацию системы национальной безопасности.

4. Механизм формирования государственной идеологии

4.1. Определение и формулировка ДСЦ

Формирование долгосрочной стратегической цели (ДСЦ) осуществляется в три взаимосвязанных этапа.

Диагностический этап включает всесторонний анализ текущего состояния государства, его ресурсного потенциала (финансового, экономического, человеческого и технологического), стратегических угроз и возможностей, национальных интересов, а также действующих стратегических документов.

Формулировочный этап предполагает разработку предварительных формулировок цели, их экспертную и общественную апробацию, оценку реализуемости и согласование с ключевыми заинтересованными сторонами.

Легитимационный этап завершает процесс: ДСЦ получает юридическое закрепление, интегрируется в систему стратегического планирования, дополняется механизмами реализации и обеспечивается институционализированной системой мониторинга и оценки достижения цели.

4.2. Разработка программы достижения ДСЦ

Программа достижения ДСЦ состоит из трёх блоков

Стратегический блок определяет приоритетные направления развития, систему промежуточных (краткосрочных и среднесрочных) целей, набор метрик и показателей для оценки прогресса, а также механизмы мониторинга и координации.

Тактический блок включает планирование конкретных мероприятий, распределение ресурсов и ответственности, установление временных рамок и определение критериев эффективности.

Организационный блок предусматривает создание координационных структур, разработку процедур взаимодействия, внедрение системы контроля и обеспечение ресурсного сопровождения реализации программы.

4.3. Создание идеологической основы

Формирование идеологической основы проходит три этапа.

На этапе концептуального уровня разрабатываются система базовых ценностей, фундаментальные идеологические принципы, стратегические приоритеты развития и научно-теоретическое обоснование идеологии.

Методологический этап включает проектирование механизмов внедрения идеологии, разработку образовательных программ, интеграцию идеологии в социокультурное пространство и создание системы обратной связи.

Практический этап охватывает реализацию идеологических программ, мониторинг эффективности их внедрения, корректировку методологических подходов и масштабирование успешных практик. Идеологическая система как результат состоит из ценностно-нормативного, институционального и практического блоков.

Эффективность механизма формирования идеологии оценивается по следующим критериям: соответствие национальным интересам, общественное признание, практическая реализуемость, устойчивость к внешним воздействиям, адаптивность, достижение стратегических целей, эффективность использования ресурсов и качество управления процессом.

Ожидаемые результаты его внедрения — формирование единого идеологического пространства, консолидация общества, развитие человеческого потенциала, повышение эффективности государственного управления, укрепление национальной безопасности, создание условий для устойчивого развития и формирование позитивного имиджа страны на международной арене.

5. Практические рекомендации по формированию государственной идеологии

5.1. Этапы разработки ДСЦ

Разработка долгосрочной стратегической цели (ДСЦ) осуществляется в два этапа.

Подготовительный этап включает формирование междисциплинарной экспертной группы, проведение аналитической работы, разработку необходимой нормативно-правовой базы и организационное обеспечение процесса.

Формирующий этап охватывает разработку концепции — с определением базовых ценностей, стратегических приоритетов, системы индикаторов и сценариев развития, — её общественное обсуждение через публичные слушания, экспертные сессии и анализ обратной связи, последующую корректировку и утверждение, а также внедрение посредством организационных мер, информационных кампаний, обучающих программ и контрольных механизмов.

5.2. Принципы построения программы достижения цели

Программа достижения ДСЦ строится на принципах системного подхода, программно-целевого метода и проектного управления. Она предполагает интеграцию управлеченческой системы, увязку краткосрочных и долгосрочных задач, разработку детализированных дорожных карт, управление рисками и широкое внедрение современных технологий для повышения эффективности реализации.

5.3. Методология формирования идеологического обоснования ДСЦ

Методология формирования идеологического обоснования ДСЦ опирается на четыре измерения.

Ценностное измерение предполагает определение ключевых ценностей и иерархии приоритетов. Коммуникационная стратегия включает разработку ключевых информационных сообщений и выбор каналов их трансляции. Образовательный компонент предполагает интеграцию соответствующих курсов в систему общего и профессионального образования. Институциональное измерение предусматривает создание специализированных аналитических и координационных центров.

Эффективность реализации оценивается по критериям, уже обозначенным в разделе 4.3: соответствие национальным интересам, общественное признание, практическая реализуемость, устойчивость к внешним воздействиям и адаптивность. Ожидаемые результаты также совпадают с теми, что указаны в разделе 4.3.

Система контроля и оценки включает разработку комплекса показателей эффективности, организацию регулярного мониторинга, оперативную корректировку действий, публичную отчётность и вовлечение институтов общественного контроля.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ключевая проблема формирования государственной идеологии в России заключается в отсутствии чётко сформулированной долгосрочной стратегической цели (ДСЦ). Без неё невозможно выстроить ни единую систему координат национального развития, ни устойчивую идеологическую основу, способную консолидировать общество и направлять усилия государства на достижение стратегических задач.

Особого внимания заслуживает конкретизация возможной формулировки ДСЦ. На основе проведённого анализа представляется целесообразным принять следующую формулировку:

Долгосрочная стратегическая цель России — обеспечение на долгосрочную перспективу статуса глобально значимой державы.

Эта формулировка отвечает всем критериям полноценной ДСЦ:

- определяет чёткий вектор развития государства;
- формирует понятные критерии оценки эффективности политики;
- создаёт основу для общественной консолидации;
- учитывает геополитические реалии;
- соответствует национальным интересам.

Из сказанного следует, что механизм формирования государственной идеологии должен базироваться на трёх взаимосвязанных этапах:

- юридическом закреплении и легитимации ДСЦ;
- разработке комплексной программы её достижения;
- создании системного идеологического обоснования, способного транслировать эту цель в общественное сознание.

Успешное проектирование государственной идеологии возможно лишь при наличии консолидирующего общественного нарратива, системного подхода к формированию идеологических основ, учёта геополитических вызовов и активного вовлечения общества в процесс стратегического целеполагания.

Методологическая база исследования позволила выявить фундаментальную взаимосвязь между идеологией и стратегическим планированием, сформулировать критерии эффективности идеологического строительства и определить ключевые компоненты идеологической системы, ориентированной на реализацию ДСЦ.

Практическая значимость работы подтверждается разработкой методологии формирования ДСЦ, созданием механизмов реализации идеологических программ и формированием системы критериев оценки эффективности идеологического проектирования.

В качестве перспективных направлений дальнейших исследований выделяются: анализ механизмов реализации ДСЦ в различных сферах государственного управления, разработка методик оценки эффективности формирования государственной идеологии, изучение влияния идеологических факторов на социально-экономическое развитие, международную позицию и общественную консолидацию, сравнительный анализ опыта других государств, а также исследование роли новых технологий в процессах идеологического проектирования.

Основные направления практической реализации включают организационные, информационные и образовательные меры. Организационно предполагается создание специализированных государственных структур, межведомственных координационных органов и экспертно-аналитических центров. В информационной сфере — формирование единой платформы трансляции ДСЦ, проведение целевых кампаний и обеспечение устойчивой обратной связи с обществом. В образовательной сфере — внедрение курсов по стратегическому целеполаганию и идеологии, поддержка научных исследований и развитие просветительской, в том числе патриотической, работы.

Реализация предложенных рекомендаций позволит создать действенную систему формирования и реализации государственной идеологии, ориентированной на достижение сформулированной ДСЦ. Именно ДСЦ должна стать «путеводной звездой» государственного управления, системообразующим началом национальной стратегии и ядром новой государственной идеологии.

Литература

1. Бабосов Е. М. Основы идеологии современного государства. — Минск: Юнипресс, 2004. — 392 с. — Фундаментальное исследование сущности и функций идеологии в современном обществе.
2. Голубев С. В. Идеология и государственность: теория и практика. — М.: Проспект, 2018. — 284 с. — Комплексный анализ взаимосвязи идеологии и государственного устройства.
3. Малинова О. Ю. «Духовные скрепы» как государственная идеология // Полис. — 2014. — № 3. — С. 94–105. — Анализ современных тенденций формирования государственной идеологии в России.
4. Захаров В.К. Мир и Россия. Современный взгляд. — Москва: Издательство «Родина», 2025. — 672 с. Изложено всеобъемлющее естественное мировоззрение для современного мира и России.
5. Россия в поисках идеологий: трансформация ценностных регуляторов современных обществ / Под ред. В. С. Мартынова, Л. Г. Фишмана. — М.: Новый хронограф, 2016. — 488 с. — Монографическое исследование роли идеологий в достижении общественного согласия.
6. Мацко С. В. Государственная идеология и право современной России: теоретико-правовое исследование. — М.: Юрлитинформ, 2003. — 192 с. — Исследование взаимосвязи права и идеологической деятельности государства.
7. Бухвальд Е. М. Целеполагание как стержень стратегического планирования // Экономическая политика. — 2020. — № 1. — С. 5–18. — Анализ роли целеполагания в государственном стратегическом планировании.
8. Писарева Т. В. Модель целеполагания в многоуровневом государственном стратегическом управлении социально-экономическим развитием. — Исследование институциональных основ целеполагания.
9. Карадаев А. Г. О государственном стратегическом планировании и прогнозировании в России // Актуальные проблемы юриспруденции. — 2022. — Анализ современных подходов к стратегическому планированию.
10. Козлова Е. И., Кутафин О. Е. Конституционное право России. — М.: Проспект, 2015. — 608 с. — Базовый учебник по конституционному праву.
11. Комментарий к Конституции Российской Федерации / Под ред. Л. В. Лазарева. — М.: Норма, 2023. — Официальный комментарий к основному закону.
12. Федеральный закон «О стратегическом планировании в Российской Федерации» от 28.06.2014 № 172-ФЗ — Базовый нормативный акт в сфере стратегического планирования.
13. Рыдина А. С. Исследование комплекса основных ценностных ориентаций современной России. — Анализ иерархии ценностных предпочтений населения.
14. Дестют де Траси А.-Л.-К. Основы идеологии. Идеология в собственном смысле слова. — М.: Канон-Пресс, 2013. — 416 с. — Классическое произведение по теории идеологии.
15. Манхейм К. Идеология и утопия. — М.: Юрист, 1994. — 674 с. — Философский анализ понятий идеологии и утопии.

16. Отырба А. Стратегическая цель России: обеспечение на долгосрочную перспективу статуса глобально значимой державы. — Исследование вопросов стратегического целеполагания.
17. Горюнов В. П. Формирование российской идеологии развития. — Теоретико-методологические аспекты формирования идеологии.
18. Отырба А. Долгосрочная стратегическая цель — «путеводная звезда» государства. — Исследование роли ДСЦ в государственном управлении..

References in Cyrillics

1. Babosov E. M. Osnovy` ideologii sovremennoogo gosudarstva. — Minsk: Yunipress, 2004. — 392 s. — Fundamental`noe issledovanie sushhnosti i funkciij ideologii v sovremennom obshhestve.
2. Golubev S. V. Ideologiya i gosudarstvennost': teoriya i praktika. — M.: Prospekt, 2018. — 284 s. — Kompleksny`j analiz vzaimosvyazi ideologii i gosudarstvennogo ustrojstva.
3. Malinova O. Yu. «Duxovny`e skrepy`» kak gosudarstvennaya ideologiya // Polis. — 2014. — № 3. — S. 94–105. — Analiz sovremenny`x tendencij formirovaniya gosudarstvennoj ideologii v Rossii.
4. Zaxarov V.K. Mir i Rossiya. Sovremenny`j vzglyad. — Moskva: Izdatel`stvo «Rodina», 2025. — 672 s. Izlozheno vseob`emlyushhee estestvennoe mirovozzrenie dlya sovremennoogo mira i Rossii.
5. Rossiya v poiskakh ideologij: transformaciya cennostny`x regulyatorov sovremenny`x obshhestv / Pod red. V. S. Mart`yanova, L. G. Fishmana. — M.: Novy`j xronograf, 2016. — 488 s. — Monograficheskoe issledovanie roli ideologij v dostizhenii obshhestvennogo soglasiya.
6. Maczko S. V. Gosudarstvennaya ideologiya i pravo sovremennoj Rossii: teoretiko-pravovoe issledovanie. — M.: Yurlitinform, 2003. — 192 s. — Issledovanie vzaimosvyazi prava i ideologicheskoy deyatel`nosti gosudarstva.
7. Buxval`d E. M. Celepolaganie kak sterzen` strategicheskogo planirovaniya // E`konomicheskaya politika. — 2020. — № 1. — S. 5–18. — Analiz roli celepolaganiya v gosudarstvennom strategicheskem planirovaniyu.
8. Pisareva T. V. Model` celepolaganiya v mnogourovnevom gosudarstvennom strategicheskem upravlenii social`no-e`konomicheskim razvitiem. — Issledovanie institucional`ny`x osnov celepolaganiya.
9. Karandaev A. G. O gosudarstvennom strategicheskem planirovaniyu i prognozirovaniyu v Rossii // Aktual`ny`e problemy` yurisprudencii. — 2022. — Analiz sovremenny`x podxodov k strategicheskomu planirovaniyu.
10. Kozlova E. I., Kutafin O. E. Konstitucionnoe pravo Rossii. — M.: Prospekt, 2015. — 608 s. — Bazovy`j uchebnik po konstitucionnomu pravu.
11. Kommentarij k Konstitucii Rossijskoj Federacii / Pod red. L. V. Lazareva. — M.: Norma, 2023. — Oficial`ny`j kommentarij k osnovnomu zakonu.
12. Federal`ny`j zakon «O strategicheskem planirovaniyu v Rossijskoj Federacii» ot 28.06.2014 № 172-FZ — Bazovy`j normativny`j akt v sfere strategicheskogo planirovaniya.
13. Ry`dina A. S. Issledovanie kompleksa osnovny`x cennostny`x orientacij sovremennoj Rossii. — Analiz ierarhii cennostny`x predpochtenij naseleniya.
14. Destytut de Trasi A.-L.-K. Osnovy` ideologii. Ideologiya v sobstvennom smy`sle slova. — M.: Kanon-Press, 2013. — 416 s. — Klassicheskoe proizvedenie po teorii ideologii.
15. Manxejm K. Ideologiya i utopija. — M.: Jurist, 1994. — 674 s. — Filosofskij analiz ponyatij ideologii i utopii.
16. Oty`rba A. Strategicheskaya cel` Rossii: obespechenie na dolgosrochnuyu perspektivu statusa global`no zhachimoj derzhavy`. — Issledovanie voprosov strategicheskogo celepolaganiya.
17. Goryunov V. P. Formirovanie rossijskoj ideologii razvitiya. — Teoretiko-metodologicheskie aspekty` formirovaniya ideologii.
18. Oty`rba A. Dolgosrochnaya strategicheskaya cel` — «putevodnaya zvezda» gosudarstva. — Issledovanie roli DSCz v gosudarstvennom upravlenii.

Анатолий Асланович Отырба

Профессор Академии Геополитических проблем.

Генеральный директор Фонда интеграционного развития Азиатско-Тихоокеанского региона.

Ключевые слова

государственная идеология, долгосрочная стратегическая цель, стратегическое планирование, geopolitika, консолидация общества, идеологический кризис

Anatoly Otyrba, Ideology and goal setting: A study of the relationship between the formation of state ideology and strategic goal-setting in modern Russia

Keywords

state ideology, long-term strategic goal, strategic planning, geopolitics, consolidation of society, ideological crisis

DOI: 10.34706/DE-2025-05-08

JEL classification E31.

Abstract

The article examines the problem of the formation of an integral state ideology in modern Russia in the context of global geopolitical transformations and ideological crisis. The relevance of the research is determined by the need to create an effective ideological system capable of ensuring the consolidation of society and the sustainable development of the state in the long term.

The object of the research is the process of formation of the state ideology, and the subject is a complex of factors and conditions influencing its formation in modern geopolitical realities.

The following methods are used in the work: system analysis of political processes, methodology of strategic planning, political and geographical research, theory of ideological design, political modeling.

The main results of the study demonstrate that the formation of state ideology faces a set of fundamental problems: violation of historical continuity after the collapse of the USSR, constitutional restrictions, lack of consensus among the elites, lack of a clearly formulated long-term strategic goal.

It has been revealed that the successful formation of a state ideology is possible only if there is a clearly defined long-term strategic goal, an understanding of the future world order, and a balance between traditional values and new geopolitical realities.

The scientific novelty of the research lies in the development of a conceptual model for the formation of state ideology based on the strategic goals of state development, taking into account modern challenges and threats. An innovative methodology of ideological design based on the principle of goal setting is proposed.

The practical significance of the work is determined by the possibility of using its results to: develop an effective state ideology, ensure the consolidation of society, create mechanisms for the implementation of strategic goals, form a unified ideological space, and ensure the sustainable development of the country.

The research is aimed at solving urgent problems in the field of ideological design, which can contribute to strengthening public administration in modern geopolitical conditions.

**Памятка
для авторов публикаций в журнале «Цифровая экономика»**

В нашем журнале выполняются все требования Diamond-OA, включая отсутствие платы как со стороны авторов, так и со стороны читателей, рецензирование, а также проверка на плагиат и избыточное самоцитирование. Авторские права на опубликованные статьи остаются за авторами.

В журнале нет штатных сотрудников, все работы, включая проверку на плагиат, рецензирование, работу корректора и форматирование, выполняются группой единомышленников на общественных началах, а потому мы рассчитываем на такое же отношение к своим правам и обязанностям со стороны авторов. Материалы, опубликованные ранее (полностью или в значительной своей части) в других изданиях, не принимаются. Мы очень надеемся, что предполагаемые авторы избавят нас от работы с такими текстами.

Первое, что предлагается автору, желающему опубликовать статью в нашем журнале, – это зарегистрироваться в качестве потенциального автора и самому разместить предлагаемый к публикации текст на сайте журнала в отведенном для этого разделе (научные статьи, мнения, обзоры, рецензии, переводы). Тем самым автор принимает условия журнала и дает добро на публикацию своей статьи в журнале после прохождения всех предусмотренных процедур. Статья, прошедшая проверку и рецензирование, получает отметку о том, что она будет опубликована в журнале.

При отборе статей для публикации в очередном выпуске включение статьи в этот выпуск определяется, прежде всего, соотношением объемом материалов, в принципе годных для публикации, и фиксированным (96 страниц 9-м кеглем) объемом выпуска. Во внимание принимается соответствие тематики, время подачи материала и его готовность к публикации.

Полная готовность научной статьи к публикации означает ее соответствие принятому в журнале стандарту, включая правильное оформление списка литературы и ссылок, полные сведения об авторах, индексы JEL, аннотацию и ключевые слова на русском и английском, редактируемые формулы (набраные Word и в нем же редактируемые), ручную нумерацию разделов, рисунков и таблиц. Если нумерация автоматическая, она может сбиться при вставке статьи в общий блок.

Заголовок не должен быть длинным. Иначе в колонитите будет бессмыслица. Не надо набирать заголовок большими буквами. Надо использовать опцию «все прописные». Это важно!

В списке литературы научные статьи упорядочиваются по алфавиту, причем сначала идут русскоязычные публикации, потом англоязычные и пр. Это нужно, чтобы не возникло путаницы при формировании транслитерации кириллических статей. Источники данных, нормативные и методические материалы идут отдельным списком. Ссылки на интернет-ресурсы, газетные публикации и т.д. желательно давать в сносках. Ссылки на научные публикации должны быть даны в формате [Автор, 2023]. При необходимости к году может быть добавлена латинская буква 2023а, 2023б.

Публикация статьи означает получение ей метаданных, включая DOI, номер выпуска, страницы. Выпуск журнала делается в формате pdf, причем в таком виде, что его сразу можно отдать в типографию и сделать твердую (бумажную) копию, если кто-то из авторов хочет ее иметь для себя. Бумажная версия выпуска имеет статус буклета, печатается за счет автора (заказчика) и в количестве, определенном заказчиком.

Статьи, размещенные авторами на сайте журнала, доступны читателям немедленно, еще до того, как прошли рецензирование. Они не считаются опубликованными до прохождения рецензирования и технических процедур. Но самим фактом размещения и предварительной регистрации человек разрешает это публиковать, отпадает необходимость в письменном договоре. Если автор присыпает статью в журнал и просит ее разместить, он нарушает стандартную процедуру и может создать нам сложности в будущем. Страйтесь следовать правилам и не создавать нам проблем!